

経済論集

第 20 号

論文

コロナ感染率制御のミクロ経済学的分析
－飲食業を中心として－

田村 英 朗

地方公会計の推進に向けた阻害要因および対応方策の検討
－予算科目と勘定科目の相違による問題を中心に－

大川 裕 介

研究ノート

ポートフォリオ選択理論と資産評価モデルについて

深澤 泰 郎

2022年 3月

ノースアジア大学
総合研究センター 経済研究所

コロナ感染率制御のミクロ経済学的分析 －飲食業を中心として－

田 村 英 朗

要旨

2020年1月に発生した新型コロナウイルス感染症（COVID-19）の感染拡大は2020年3月には全世界へ波及し、ワクチンがある程度行き渡った現時点においても新たな変異株が発生すると共に、収束の時期が見通せないことから、飲食業を中心に不況型倒産が拡大している。現在の飲食需要の不足は中高年齢層が主体で発生しており、その原因の追究がないまま対策を実施しても、効果が見込まれず、将来世代の財政負担の増大のみが懸念される状況である。

本稿では、飲食業における年代別コロナ感染のミクロ分析モデルを提示するとともに、これに基づき、新規感染率の異なる若年齢層と中高年齢層が原則的に同一時間帯に飲食しないようにする時間差営業を導入することにより、中高年齢層の飲食需要を復活させ、少ない財政負担の下で感染率を制御しながら飲食業の経営回復が図れることを明らかにする。

1. はじめに

2020年1月に発生した新型コロナウイルス感染症（COVID-19）の感染拡大は、2020年2月に日本へ波及し、同年3月には全世界へ拡大した。人から人への感染力が非常に強く、重症化リスクも一定割合あり、かつ、ワクチン普及後においても新たな変異株が度々発生することから、人の往来や集会が制限されるなどの措置が行われている。日本では2021年12月現在ではかなりの割合の人々へワクチンが行渡り、また、マスク着用を徹底する国民性により、海外と比較するとかなり落ち着いた状況となりつつあるが、飲食業を中心に依然として厳しい経営状況が続いている。すなわち、帝国データバンクの調査によれば、2021年の新型コロナ関連倒産は1770件と2020年の2.1倍の件数となっており、業種別では飲食店（438件）が最も多く、建設・工事業（279件）、食品卸（133件）、ホテル・旅館（120件）がこれに続いている。¹

人間の体の構造上、飲食時にはマスクを外さなければならず、これに加えて、酒類の提供を伴う飲食はストレス発散効果を持ち、大声で話す機会も増えて感染拡大の原因となることから、感染が周期的に拡大する都度、飲食店は時短営業や休業要請などの対象となり、感染拡大防止の見返りとして各種の支援が行われてきた。²日本では、時短営業等に協力した飲食店に対し1日最大6万円（緊急事態宣言の対象地域）の協力金が支払われており、その予算規模は政府が2020年度に新型コロナウイルス感染症対策のため3回編成した補正予算計約73兆円のうち、3兆6300億円となっている。また、売上50%以上減の中堅・中小企業に60万円（個人事業主30万円）の一時支援金、3年間の金利負担が実質的にゼロとなる無利子・無担保融資の他、自治体独自の各自支援策が行われている。³

¹ 帝国データバンク「新型コロナウイルス関連倒産」動向調査2021/12/29付

² 国立国際医療研究センターの森岡(2021)は既知の感染リスクが高い24場面のうち21場面(88%)が飲食関連であり、22場面(92%)でマスクが着用されていなかったと報告している。

³ 東京新聞「<新型コロナ>飲食店などにはこんな支援が 7項目を要チェック 取引先には最大60万円」<https://www.tokyo-np.co.jp/article/85211> 参照日：2022/1/1

しかしながら、コロナ禍が長引いたことにより家計の生活様式は変化し、各種の支援を受けたものの売上が回復に至らずに倒産する不況型倒産が拡大している。このように飲食業において倒産が増加する理由はコロナにより飲食需要が大きく落ち込んだことが原因であるが、この需要減少は家計の各年齢階級（以下、各年代という）において均等に生じたものではない。すなわち、家計調査 家計収支編（二人以上の世帯）の品目分類「一般外食」に基づき、コロナ発生前の2019年と発生後の2020年で年代別の飲食費を比較すると、図1に見るように、29歳以下の年代（以下、若年齢層という）と30歳以上の年代（以下、中高年齢層という）では大きな違いが見られる。⁴ すなわち、若年齢層では減少率が4.8%とコロナ後においても大きな落ち込みが見られない一方で、中高年齢層では30～39歳の減少率が18.7%と急増しており、更に、40～59歳ではおよそ23%、60～69歳では29.2%、70歳以上では36.1%と年代が上がるにつれて減少率が増加している。このことは、時短営業や休業要請などの最中およびその解除後を通じて、中高年齢層の飲食需要が顕著に低下しており、そのことが飲食業の不況型倒産を招いていることを示している。この現象を分析・整理し、中高年齢層の飲食需要回復の方策を立てないまま、感染が周期的に拡大する都度、時短営業や休業要請などを無定見に実施し、協力金などの支払いを行えば、その財政負担は過大なものとなり、将来世代において負担感による予備的貯蓄を拡大させることにより、日本経済回復の障害となって残るであろう。

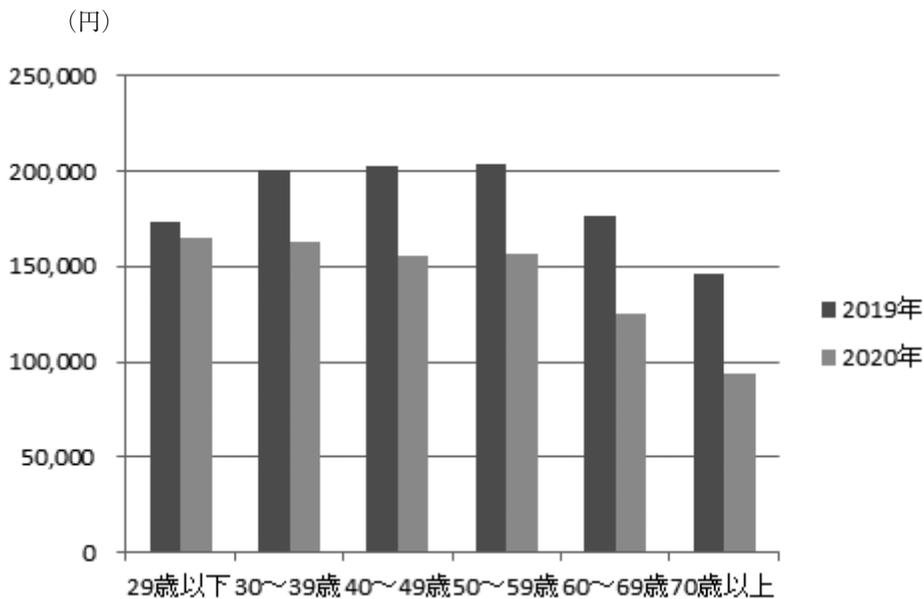
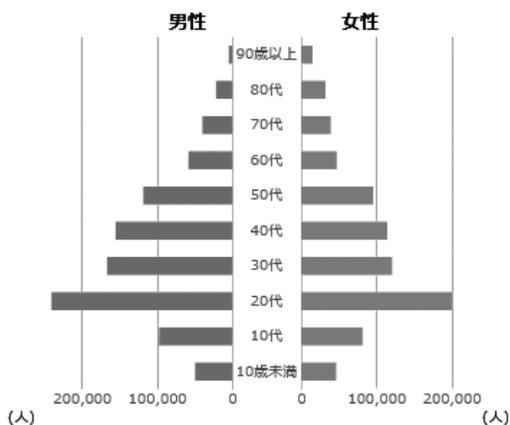


図1 コロナ発生前（2019年）と発生後（2020年）の年代別の外食費の変化
 （出所：家計調査 家計収支編 二人以上の世帯のうち勤労者世帯「一般外食」）

久我（2020）は、この年代別のコロナ禍の飲食行動の特徴について、「増加」、「やや増加」、「変わらない」、「やや減少」、「減少」、「利用していない」の6つの選択肢で調査しており、飲食店の店内での飲食について、若いほど、「変わらない」や「増加」の割合が高まる傾向があり、新型コロナウイルスの感染による重篤化リスクの低い若い年齢ほど、コロナ前と同様に外食を利用しており、リスクの高い高齢は

⁴ 「外食」の区分は学校給食を含むため、これと区別可能な「一般外食」の区分を使用した。

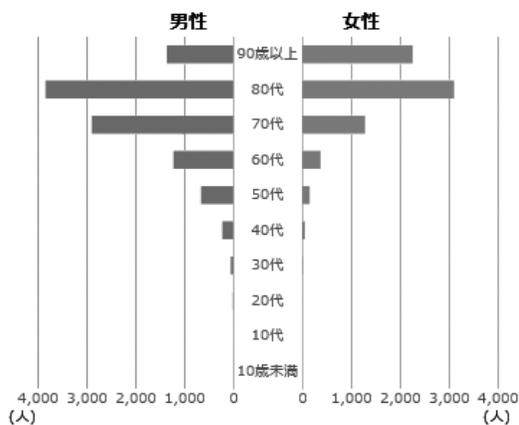
ど外食の利用を控えていると報告されている。すなわち、重篤化リスクの差が年代間の飲食行動の差に繋がっており、重篤化リスクが重要なファクターであると指摘している。また、コロナ感染および重篤化リスクに関する統計を厚生労働省のサイトで確認すると、2021年12月時点の性別・年代別陽性者数（累積）および性別・年代別死亡者数（累積）は図2・図3の通りとなっている。⁵ なお、図2は累積数であるため、この数が大きい年代ほど新規陽性者数も多いことを意味する。



上記グラフに以下の人数は含まれない。
性別・年代不明・非公表等 21,917 人

図2 性別・年代別陽性者数（累積）

（出所：厚生労働省HP 情報更新日：2022年1月11日）



上記グラフに以下の人数は含まれない。
性別・年代不明・非公表等 785 人

図3 性別・年代別死亡者数（累積）

（出所：厚生労働省HP 情報更新日：2022年1月11日）

⁵ 厚生労働省「データからわかる－新型コロナウイルス感染症情報－」 <https://covid19.mhlw.go.jp/>
参照日：2022/1/1

上図から言えることは、新規感染は若年齢層から広がる（エントリーされる）のに対し、その感染拡大による重篤化・死亡リスクを最も受けるのは中高年齢層ということである。このことは、飲食行動における接触を通じて重篤化・死亡という外部不経済が特に中高年齢層において発生することを示唆しており、そのリスクを避けるために中高年齢層が若年齢層と混在（接触）する状態の飲食店の需要を減らしたことが、飲食業の不況型倒産の拡大に繋がっているものと分析される。この若年齢層と中高年齢層の選択行動のフローチャートを機会費用の概念を用いて図示すると図4のようになる。

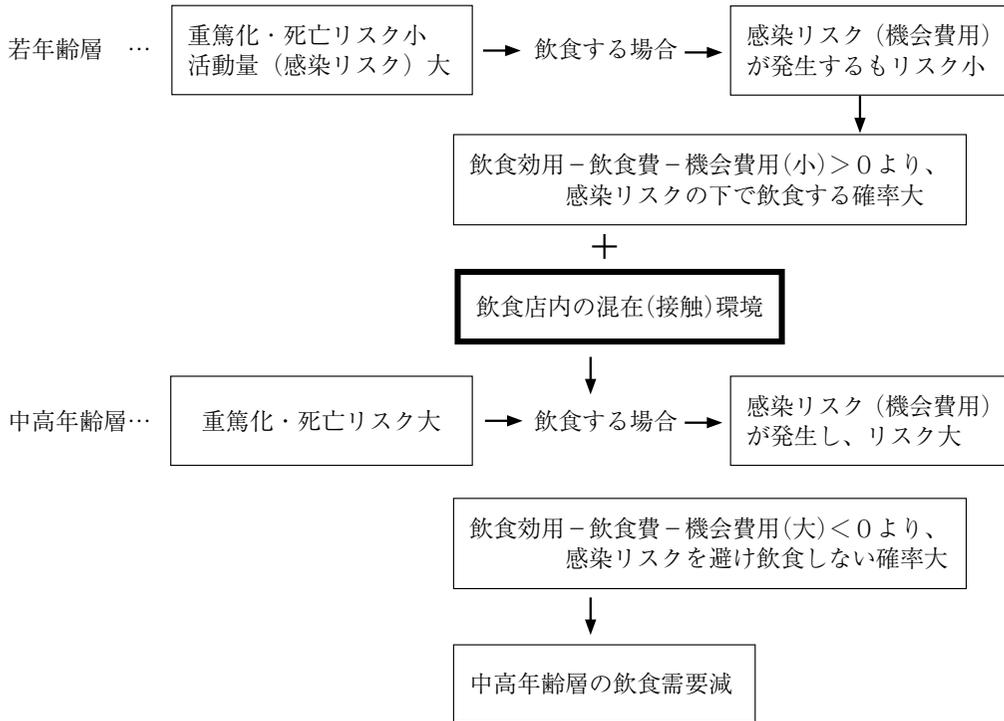


図4 中高年齢層の飲食需要が減少に至る過程のフローチャート
(出所：筆者作成)

上図では、太枠で囲んだ飲食店内の混在（接触）環境が中高年齢層の飲食需要減を導くことを示唆しているが、このような年代間の波及経路分析がないまま各種の飲食店支援対策を実施しても、その抜本的な効果は見込まれず、将来世代の財政負担が増大することのみが懸念される。⁶そこで、本稿では、第2章において、年代が上がるほど重篤化・死亡リスクが高いという医学的な事実を出発点として、各年代が重症化回避と自由行動時間との間で効用最大化行動を取ると若年齢層の新規感染率が高くなることをマイクロ分析モデルにより明らかにすると共に、新規感染率の異なる若年齢層と中高年齢層が原則的に同一時間帯に飲食しないようにする時間差営業により全体の感染率を低い水準に制御可能であることを示す。第3章では、家計の効用最大化に基づく飲食需要決定モデルを構築し、図1に示した年代

⁶ 飲食店内の混在環境ではたとえ席が離れていても、トイレ・会計時に接触する可能性がある。店内のゾーン分けを行ってもこの状況は改善されない。

別の飲食費と外食単価からコロナ発生前（2019年）と発生後（2020年）の各年代の効用パラメータを計算すると共に、コロナ重症化率とコロナ発生前後の効用パラメータの減少率との間に密接な関係があることを示す。更に、第4章では、ゲーム理論を用いて時間帯分離により飲食需要が回復する理由を説明すると共に、第3章で計算したコロナ発生前後の各年代の効用パラメータを用いて、「時間帯分離なし」、「時間帯分離により中高年齢層の効用パラメータが50%回復する場合」、「同70%回復する場合」の各ケースについて、中高年齢層の需要をコロナ前の水準に戻すために必要となる家計の外食単価への割引額の割合と財政負担額を計算するシミュレーションを実施し、時間帯分離の導入により少ない財政負担の下で飲食需要回復の可能性が高まることを示す。第5章では、時間帯分離を実際に運用する際に留意すべき点について述べる。最後に、第6章において結論を述べる。

コロナ感染の制御に関する研究は Atkeson (2020) をはじめとして、Stock (2020) など感染症数理モデルである SIR (感受性、感染性、隔離/回復) モデルを応用した研究が主体となっているが、経済活動自体がウイルスの媒介手段として感染者数を増やしてしまうという外部不経済を考慮するエピソードのマクロ経済モデルとして定式化されたのが、Eichenbaum et al. (2020) による SIR マクロモデルである。このモデルでは封じ込め政策を実施しない場合、総消費と総労働時間は大きい、感染者数の割合も増加してしまう。一方、感染者数増加に呼応して封じ込め政策を実施すると、感染者数の割合は減少するが、総消費と総労働時間は初期定常状態から大きく落ち込むこととなる。すなわち、経済と感染者抑制のトレードオフを分析できるモデルとなっている。

しかしながら、このモデルでは標準的家計の感染者の回復確率と死亡確率および賃金率を用いており、Ferguson et al. (2020) により報告されたような家計の年代間の重篤化リスクの差や賃金率の差が考慮できないため、Rampini (2020)、Favero et al. (2020)、Acemoglu et al. (2020) によって家計の年代別のリスク差を考慮可能なモデルが開発され、リスク差に応じて差別的に封じ込め政策を適用すべきとの主張がなされた。この内、Acemoglu et al. (2020) は感染、入院、死亡の割合が「若年層」、「中年層」、「高年層」のグループ間で異なることを前提に経済的・人的損害の軽減を図るものであるため、重篤化リスクの差で若年層と中高年齢層を区別して分析する本稿の立場と近いものである。

そこで、Acemoglu et al. (2020) をベンチマークとして本稿の貢献を整理すると以下の通りである。

まず一点目は、Acemoglu et al. (2020) は年代別の感染、入院、死亡率を扱う修正 SIR マクロモデルであり、年代間の相互作用は考慮されないのに対し、本稿では新規感染率の異なる若年層と中高年齢層の家計の相互作用をゲーム理論的状況に置き換えてミクロ経済分析を行ったことである。

次に二点目は、Acemoglu et al. (2020) では「若年層」、「中年層」、「高年層」の感染リスクに対する行動原理は示されないが、本稿では各年代が重症化回避と自由行動時間との間で効用最大化行動を取る前提の下で死亡率の低い若年層の新規感染率が高くなる新規感染率関数を導出し、その伝搬経路を考察することにより感染リスク量制御の議論を展開したことである。

最後に三点目は、Acemoglu et al. (2020) は「高年層」を積極的に封鎖することで、経済的・人的損害の軽減を図ることを主張しており、その対象空間は国内全ての地域に及ぶが、本稿では最も感染が発生し易い飲食店に絞って時間差営業を導入することにより、全体の感染率を低い水準に制御可能であることを示すものである。

なお、日本における新型コロナウイルス感染症に関する経済学的研究は日本経済学会 HP の特設サイトに纏められており、本稿が取り扱う家計の飲食消費行動に関連するものとしては以下のものがある。⁷

まず、宇南山他 (2021) は 2020 年に実施された特別定額給付金に対する家計の限界消費性向を計測

⁷ 日本経済学会 HP 特設サイト「新型コロナウイルス感染症に関する研究」<https://covid19.jeaweb.org/>
参照日：2022/1/1

し、推定された限界消費性向は10%程度であること、内訳項目ごとの計測では比較的感染リスクが高いと考えられる「対面サービス消費」は増加しておらず、「自宅購入型消費」や「店舗購入型消費」が増加しており、特別定額給付金は感染リスクが高い消費を増やさなかったことを明らかにしている。この結果は、「対面サービス消費」に該当する飲食業が特別定額給付金の恩恵を受けなかったことを示唆するものである。また、Okubo (2021) は旅行および外食の促進施策である Go To キャンペーンの利用者属性を分析し、ICTスキルの教育水準の高い人がこれらのプログラムを利用する傾向があり、Go To Eat の場合は首都圏に住む人が多いこと、更に、性格特性も重要であり、時間選好が低く、外向性が高いリスクを取る個人が Go To プログラムを使用する傾向があることを明らかにしている。その他、祝迫 (2021) はパンデミックの影響を受けない財と受ける財から毎期の効用を得る家計の効用最大化の最適性条件に基づき、COVID-19 下での消費支出減少の経済学的解釈を行うと共に、パンデミック以前のサンプルデータを用いて推計した計量モデルによってパンデミック発生後の消費/貯蓄の動向の予測を行う作業には経済学的な裏付けが乏しいことを指摘している。また、岩本 (2021) は新型コロナウイルス感染症の予防策に対する経済学の貢献として、(1) 健康と経済のトレードオフを明確にして、費用対効果の高い対策を実行すること、(2) 人々の行動を理解すること、の2つの視点の重要性を指摘すると共に、個人と事業者の利他的行動を前提とし、将来展望を示さずに罰則に依存する方法が逆に利他的行動を阻害し、社会秩序を棄損する可能性を示唆している。また、高橋 (2020) は感染症と経済学に関する諸研究の広範なサーベイを提供し、更に、田中 (2020) は SIR マクロモデルの概要と発展に関する簡潔なサーベイを提供している。

2. 年代別新規感染率決定のマイクロ分析モデル

2.1 重症化回避率に基づく最適自由行動時間の決定

本章では、年代が上がるほど重篤化・死亡リスクが高いという医学的な事実を出発点として、各年代が重症化回避と自由行動時間との間で効用最大化行動を取ると若年齢層の新規感染率が高くなることをマイクロ分析モデルにより明らかにすると共に、新規感染率の異なる若年齢層と中高年齢層が原則的に同一時間帯に飲食しないようにする時間差営業により全体の感染率を低い水準に制御可能であることを示すものとする。

コロナ下における家計は行動自粛により自由行動時間（すなわち、人混みとの接触時間）が制限される一方、重症化の回避というメリットを受ける。この重症化回避度と自由行動時間は家計にとっていずれも好ましい財（Goods）であり、トレードオフの関係が成立するため、これらの財に関する予算制約線と無差別曲線が存在し、家計は効用を最大化する重症化回避度と自由行動時間の組合せを決定すると考えられる。

いま、家計の可処分時間を t 、その内、行動自粛時間を t_R 、自由行動時間を t_F とすると、 $t = t_R + t_F$ を得る。また、重症化回避度（Security Avoidance）を S_A とし、一単位の行動自粛時間 t_R により増加する重症化回避度を重症化回避率（Security Avoidance Ratio）として γ で表すと、 $S_A = \gamma (t - t_F)$ となり、同式は自由行動時間 t_F と重症化回避度 S_A の間の予算制約式となる。

一方、家計の無差別曲線は $U(t_F, S_A)$ にて表されるが、これを $U(t_F, S_A) = a \ln(1+t_F) + b \ln(1+S_A)$ にて特定化するものとする。但し、 a 、 b はそれぞれ自由行動時間、重症化回避度から得られる効用（限界効用）の大きさを定義するパラメータであり、各家計の選好の特徴を規定するものである。

家計の効用最大化問題は以下により表される。

$$\text{Maximize } U(t_F, S_A) = a \ln(1+t_F) + b \ln(1+S_A)$$

$$\text{Subject to } S_A = \gamma t_R = \gamma (t - t_F)$$

これをラグランジュ関数にて表すと、

$$V = a \ln(1+t_F) + b \ln(1+S_A) + \lambda(\gamma t - \gamma t_F - S_A)$$

但し、 λ はラグランジュ乗数である。

上式を t_F 、 S_A 、 λ により偏微分してゼロと置き、ラグランジュ乗数によりまとめることにより、効用最大化の一階条件式： $S_A = b\gamma(1+t_F)/a - 1$ を得る。同式を予算制約式に代入して S_A を消去すると、家計の効用最大化をもたらす自由行動時間の均衡解 t_F^* は以下の式により表される。

$$t_F^* = \frac{t - \frac{b}{a} + \frac{1}{\gamma}}{1 + \frac{b}{a}}$$

上式より、家計の重症化回避率 γ が上昇すると分子の $1/\gamma$ は低下し、自由行動時間の均衡解 t_F^* は低下する。年代が高くなればなるほど重篤化・死亡リスクが高いということは、年代が高いほど重症化回避率 γ が高いことを意味するため、重症化回避率 γ の高い中高年齢層の家計の自由行動時間の均衡解 t_F^* は小さくなり、重症化回避率 γ の低い若年齢層の家計の自由行動時間の均衡解 t_F^* は大きくなる。⁸ また、上式より、重症化回避率 γ がゼロの時は自由行動時間の均衡解 t_F^* は無限大となり、重症化回避率 γ が無限大の時は自由行動時間の均衡解 t_F^* は $(t - b/a) / (1 + b/a)$ となる。このことから家計の重症化回避率 γ と自由行動時間の均衡解 t_F^* との関係を図示すると図5のようになる。

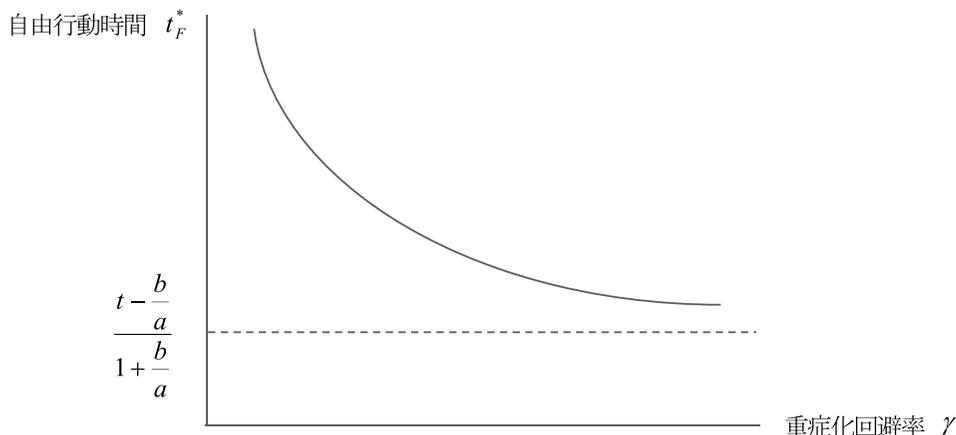


図5 重症化回避率と自由行動時間の均衡解（出所：筆者作成）

同図より、重症化回避率 γ が高いと自由行動時間の均衡解 t_F^* は小さいが、重症化回避率 γ が低くなると自由行動時間の均衡解 t_F^* が逡増的に大きくなる性質が導かれる。

2.2 新規感染率関数の導出

次に、年齢と重症化回避率の関係を定義する。図3より、死亡者数（累積）は年齢の増加関数となっており、重症化的一定割合が死亡に至ることを考慮すると、重症化率（同時に行動自粛時間による重

⁸ このような分析は家計の労働供給量の決定モデルとして知られるものである。

症化回避率)も年齢の増加関数と考えられる。図3においては、80代までは年齢の増加と共に、逡増的に死亡者数が増加するが、90歳以上で急激に減少することから、線形関数により近似するものとし、ある年齢(例えば40代)から一定の割合で増加するものとする。すなわち、年齢を x とすると、重症化回避率 γ は年齢 x の関数として、 $\gamma(x) = cx - d$ (但し、 $c > 0, d > 0$) により表される。

更に、自由行動時間と新規感染率の関係を定義する。自由行動時間とは家計の可処分時間から行動自肅時間を除いたものであり、これが増加すると人混みとの接触時間が長くなるため、新規感染率は増加すると考えられるが、自由行動時間(人混みとの接触数)が一定以下の水準であれば、新規感染の確率は非常に低いと考えられる。また、自由行動時間と新規感染率の増加率の関係は不明であるため、新規感染率は自由行動時間 t_F の単調増加関数であるものと仮定する。以上の考察ならびに仮定より、新規感染率(New infection rate)を I_N とすると、新規感染率 I_N は t_F の関数として、 $I_N(t_F) = et_F - f$ (但し、 $e > 0, f > 0$) により表される。

以上の本章で検討した関係式を再掲すると以下の通りとなる。

$$I_N(t_F) = et_F - f$$

$$t_F(\gamma) = \frac{t - \frac{b}{a} + \frac{1}{\gamma}}{1 + \frac{b}{a}}$$

$$\gamma(x) = cx - d$$

これらの関係式を下から上へ順次代入することにより、新規感染率 I_N を年齢 x の関数(以下、新規感染率関数という)として表すと以下のようなになる。

$$I_N(x) = e \left\{ \frac{t - \frac{b}{a} + \frac{1}{cx - d}}{1 + \frac{b}{a}} \right\} - f \quad (\text{但し、} a > 0, b > 0, c > 0, d > 0, e > 0, f > 0)$$

また、新規感染率関数の導出過程を四象限図を用いて表すと図6のようなになる。同図の第二象限では自由行動時間 t_F と新規感染率 I_N の関係、第三象限では重症化回避率 γ と自由行動時間 t_F の関係、第四象限では年齢 x と重症化率(同時に行動自肅時間による重症化回避率 γ) の関係を表しており、第一象限にこれらの関係から演繹される年齢 x と新規感染率 I_N の関係(新規感染率関数)のグラフが描画されている。第一象限の新規感染率関数のグラフは年齢が下がるほど新規感染率 I_N が急上昇することを示しており、図2の性別・年代別陽性者数(累積)(但し、在学中により自由行動が制限される10代、10歳未満を除く)と整合的である。若年齢層の新規感染率の高さは自らの重篤化・死亡リスクの低さという医学的な事実を根拠としており、最適化行動の結果としてもたらされるものである。図2で見られた若年齢層の新規感染率の高さは、図3で見られる若年齢層の死亡率(すなわち、重症化率)の低さによってもたらされていることを認識すると共に、その最適化行動を尊重しながら対策を講じる必要がある。

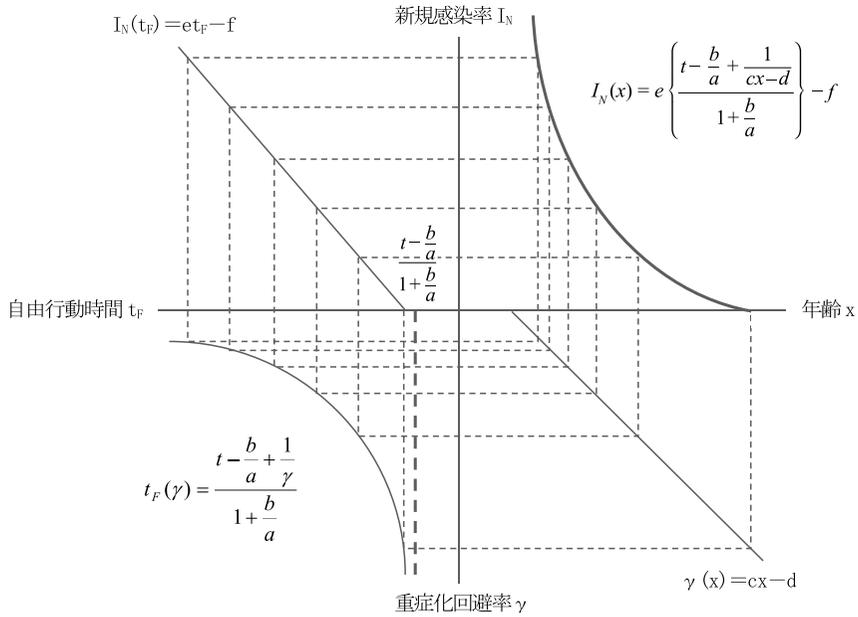


図6 新規感染率関数の導出過程（出所：筆者作成）

2.3 新規感染率の伝搬と時間差営業導入の効果

図6の第一象限の新規感染率関数に基づき、飲食店内で若年齢層と中高年齢層が混在する場合の若年齢層の高い新規感染率が中高年齢層へ伝搬する経路の模式図を示すと図7の $g \rightarrow h$ のようになる。

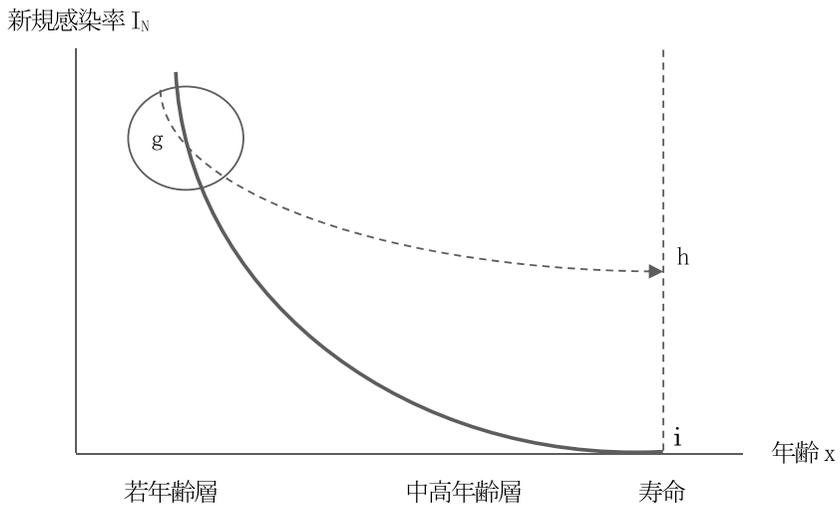


図7 飲食店内の混在環境における新規感染率伝搬経路の模式図（出所：筆者作成）

同図において、曲線 gh が原点の方向に凸であるのは、若年齢層に近ければ近いほど免疫力が強いため、自力で罹患しないことにより伝搬する感染率を引き下げることが可能であるが、中高年齢層になればなるほどその力が衰えることを表している。従って、飲食店内の混在環境下で若年齢層から中高年齢層へ伝搬することにより生じる感染リスク量（すなわち、感染による健康損失量）は図7の△ ghi の面積で表され、この健康損失を避けるため、中高年齢層は飲食しない選択を行い、外食における飲食需要が低い状態となっている。

一方、新規感染率の異なる若年齢層と中高年齢層が原則的に同一時間帯に飲食しないようにする時間差営業を導入した場合の新規感染率の伝搬経路の模式図を示すと図8のようになる。同図において縦の太い点線は時間差営業の設定年齢を表しており、感染率伝搬経路へのファイアウォールの役割を果たす。

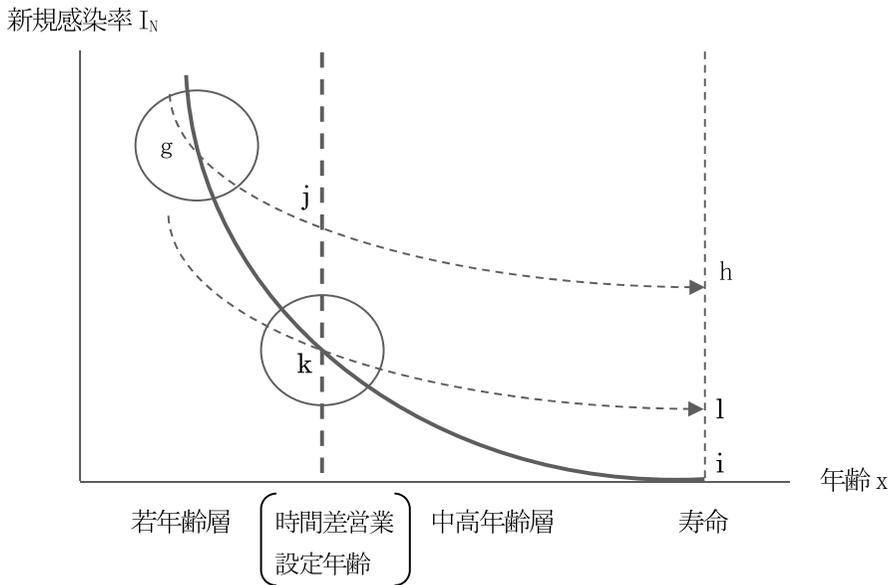


図8 時間差営業導入後の新規感染率の伝搬経路（出所：筆者作成）

上図より、時間差営業の設定年齢より高い年齢帯においては新規感染率の最高値はk点となり、k点の低い新規感染率が伝搬経路の始点となる。感染リスク量（感染による健康損失量）は時間差営業の設定年齢より低い年齢では△ gjk、時間差営業の設定年齢より高い年齢では△ kli となるため、時間差営業の導入により時間差営業の設定年齢より高い年齢において□ jhkl の面積の感染リスク量を削減すること、すなわち、本稿のタイトルにあるコロナ感染率を制御することが可能となる。

3. 家計の飲食需要決定モデルとパラメータの数値計算

3.1 家計の飲食需要決定モデル

本章では、時間差営業の経済効果を推定するため、家計の効用最大化に基づく飲食需要決定モデルを構築し、図1に示した年代別の飲食費と外食単価からコロナ発生前（2019年）と発生後（2020年）の各年代の効用パラメータを計算すると共に、各年代のコロナ重症化率とコロナ発生前後の効用パラメータの減少率との間に密接な関係があることを示すものとする。なお、坂本（2021）によれば外食費の減

少分は中食あるいは内食の振替需要に回ったとされており、本来であればこれらの競合財との効用と予算の関係で分析する必要がある。しかしながら、分析手法および各年代にまたがるデータ収集が複雑化すること、および、ピグー税の分析モデルと同様な構造を持ち、補助金導入の経済効果の分析が容易であることから、ここでは簡易な1財モデルにより分析を行うものとする。⁹

いま、家計の年間の外食回数を q (回) とし、外食による効用関数を $U(q) = \alpha \ln(1+q)$ にて特定化する。但し、 α は外食の飲食回数から得られる効用 (限界効用) の大きさを定義するパラメータであり、家計の外食選好の強度を規定するものである。¹⁰ また、家計の外食単価を m (円)、政府の補助金を原資とする外食単価の割引額を n (円)、貨幣の限界効用を η / 円 (一定) とすると、家計の1回の外食の実質負担額は $(m-n)$ (円)、家計の1回の外食費用がもたらす負効用は $\eta (m-n)$ となるため、年間の外食回数により得られる余剰効用を $EU(q)$ とすると、余剰効用は $EU(q) = \alpha \ln(1+q) - \eta (m-n)q$ にて表される。そこで、 $EU'(q) = 0$ とおき、 q について解くと、家計が余剰効用を最大化する飲食回数は $q^* = \alpha / \eta (m-n) - 1$ となる。また、これを α について解くと $\alpha = \eta (m-n) (1+q) \dots \textcircled{1}$ となる。これらの状況を図示すると図9のようになる。

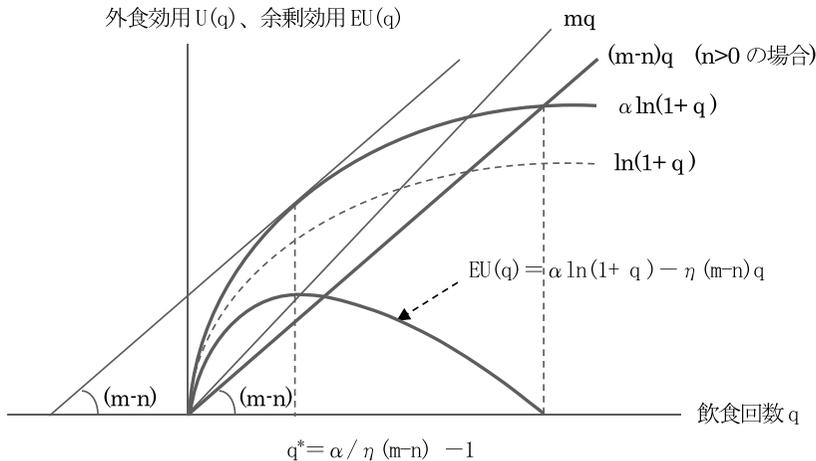


図9 最適飲食回数の決定 (出所：筆者作成)

α を決定するためには、 $\textcircled{1}$ 式の貨幣の限界効用の値 η を特定する必要があるが、これを $1/\text{円}$ として求めた値を α' とすると、 $\textcircled{1}$ 式より $\alpha' = (m-n) (1+q) \dots \textcircled{1}'$ となり、 $\textcircled{1}$ 式と $\textcircled{1}'$ 式より $\alpha = \eta \alpha'$ の関係が得られる。ここで、 t 期と $t+1$ 期の効用パラメータ α の変化率を求めると、

$$\frac{\alpha_{t+1} - \alpha_t}{\alpha_t} = \frac{\eta \alpha'_{t+1} - \eta \alpha'_t}{\eta \alpha'_t} = \frac{\alpha'_{t+1} - \alpha'_t}{\alpha'_t}$$

となるため、 $\eta = 1/\text{円}$ として求めた効用パラメータ α' の下で計算されたパラメータの変化率は貨幣の限界効用を $\eta \neq 1/\text{円}$ へ一般化した場合でも変化しない。これが $U(q) = \alpha \ln(1+q)$ の効用関数を採用する理由であり、この効用関数は「貨幣の限界効用中立型の効用関数」と呼ぶべき使い勝手の良い特徴を有するものである。

⁹ 1財モデルの場合、制約条件のない最適化となり、所得変化は考慮されない点に留意が必要となる。

¹⁰ 効用関数をこの式により特定化する理由は後ほど説明される。

3.2 外食効用パラメータの数値計算

前節の考察より、本節では①'式に基づきコロナ発生前(2019年)と発生後(2020年)の各年代の効用パラメータ α' を計算する。両年とも政府の補助金を原資とする外食単価の割引額は存在しないため $n=0$ とする。また、年代別の外食単価 m (円)にはホットペッパーグルメ外食総研(2021)による年間の延べ外食回数、外食市場規模【性年代別・3圏域計】<推計値>の各年代の男性・女性の外食単価に基づきその平均額を適用した。更に、家計の年代別の年間外食回数 q (回)は家計調査 家計収支編二人以上の世帯のうち勤労者世帯の一般外食【円】を前記の年代別の外食単価 m (円)で割ることにより計算した。以上のデータと①'式に基づく各年代の外食効用パラメータ α' の計算結果および付加情報としてのコロナ重症化率(2020年1-4月)を示すと表1のようになる。¹¹

表1 コロナ発生前後の外食効用パラメータ計算結果

データ名	時間軸	記号	29歳以下	30～39歳	40～49歳	50～59歳	60～69歳	70歳以上
1.12.1 一般外食【円】	2019年		172,888	200,323	202,582	203,627	176,120	145,815
	2020年		164,610	162,783	155,178	156,480	124,699	93,243
外食単価(男性)【円】	2020年度		2,272	2,255	2,249	2,400	2,731	2,731 *1
外食単価(女性)【円】	2020年度		2,517	2,525	2,387	2,556	2,518	2,518 *1
外食単価(平均)【円】	2020年度	m	2,395	2,390	2,318	2,478	2,625	2,625
年間外食回数【回】 [=一般外食【円】/m]	2019年	q_0	72	84	87	82	67	56
	2020年	q_1	69	68	67	63	48	36
α' 計算値 [=m(1+q)]	2019年	α_0'	175,283	202,713	204,900	206,105	178,745	148,440
	2020年	α_1'	167,005	165,173	157,496	158,958	127,324	95,868
α' の対前年水準	2020年		95.3%	81.5%	76.9%	77.1%	71.2%	64.6%
コロナ重症化率	2020年1-4月		0.8%	1.5%	3.4%	6.4%	15.3%	32.4% *2
α' の減少率	2020年		-4.7%	-18.5%	-23.1%	-22.9%	-28.8%	-35.4%

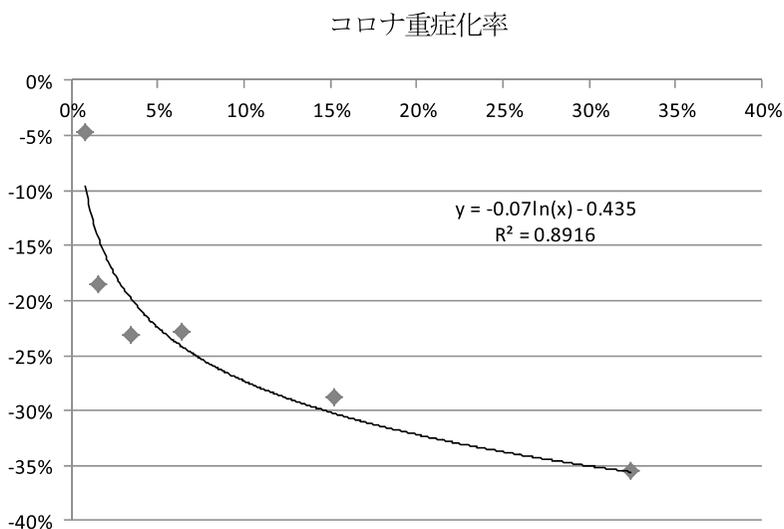
注) *1 原資料には70歳以上の外食単価データがないため、60～69歳の外食単価データを適用した。

*2 原資料では70歳以上が70-79、80-89、90-の3区分に分かれているため、これらの重症化割合の平均値を適用した。

(出所：筆者作成)

表1を見ると、余剰効用最大化に基づく外食効用パラメータ α' 計算値の対前年水準は、29歳以下は95.3%であるが、30～39歳では81.5%と急減しており、40～59歳ではおよそ77%で平行状態となるが、60～69歳では71.2%、70歳以上では64.6%と再び減少に向かっている。このことは、図1で見た年代別の外食費の前年比の低下傾向がそのまま外食効用パラメータの変化として表れた形となっている。また、同表のコロナ重症化率と外食効用パラメータ α' の減少率のデータより散布図と対数による近似式を示すと図10のようになる。同図より、コロナ重症化率が上昇すると効用パラメータの減少率が急激に上昇することが確認されると共に、両者の間には密接な相関関係が見られる。このことから、医学的事実として重症化率が高いことを自覚した中高年齢層が感染リスクのある外食への選好(効用パラメータ)を大きく引き下げた状況が確認される。

¹¹ コロナ重症化率は、厚生労働省(2021)「新型コロナウイルス感染症の“いま”に関する11の知識」P.3 診断された人のうち、重症化する割合(%)の診断月2020年1-4月を参照した。



外食効用パラメータ α' の減少率

図10 コロナ重症化率と外食効用パラメータ α' の減少率の散布図
(出所：筆者作成)

4. 時間帯分離効果のシミュレーション分析

4.1 飲食需要回復のゲーム理論による説明

図4に見るように、中高年齢層の飲食需要減は若年齢層の飲食に反応して決められているため、時間帯分離によりこの状況が変化することを説明するためには、若年齢層と中高年齢層をプレイヤーとするゲーム理論の枠組みが必要となる。いま、若年齢層と中高年齢層の取り得る戦略が「飲食する」、「飲食しない」の2つであり、「飲食する」場合の利得を10、「飲食しない」場合の利得を5とする。但し、図4のように若年齢層と中高年齢層が共に「飲食する」場合、若年齢層は中高年齢層へ感染リスクを与える側であるため利得に影響はないが、中高年齢層は飲食店内の混在（接触）環境の下で感染リスクを受ける側であるため、この場合の「飲食する」利得は「飲食しない」利得を下回り、2であるとする。この状況を表すと下表のようになる。

ケース		①	②	③	④
戦略	若年齢層	飲食する	飲食する	飲食しない	飲食しない
	中高年齢層	飲食する	飲食しない	飲食する	飲食しない
利得	若年齢層	10	10	5	5
	中高年齢層	2	5	10	5

上記の表の内、ケース①は図4の状況に対応している。また、上記の表に対応した飲食店内の混在（接触）環境の下での利得行列を表すと表2のようになる。

表2 飲食店内の混在（接触）環境の下での利得行列

	中高年齢層		
若年齢層		飲食する	飲食しない
飲食する	①	2	②
	10		10
飲食しない	③	10	④
	5		5

注) 左下の数値は若年齢層の利得を、右上の数値は中高年齢層の利得をそれぞれ表す。

(出所：筆者作成)

表2において、若年齢層にとっては中高年齢層が「飲食する」、「飲食しない」のどちらの戦略を取っても「飲食する」を選択したほうが利得が高いため、「飲食する」は若年齢層にとっての支配戦略となる。一方、中高年齢層にとっては若年齢層が「飲食する」戦略を取った場合は「飲食しない」戦略の利得が高くなり、若年齢層が「飲食しない」戦略を取った場合は「飲食する」戦略の利得が高くなるため、支配戦略は存在せず、若年齢層の「飲食する」支配戦略に対し、「飲食しない」という最適反応戦略を取ることとなる。従って、飲食店内の混在（接触）環境の下でのゲームの解はケース②となり、中高年齢層の飲食需要減がもたらされる。

次に、時間帯分離を導入する場合の中高年齢層の利得への影響を考察する。まず、ケース②・④は中高年齢層が飲食しないケースであるため、時間帯分離は利得に影響を与えない。また、ケース③は中高年齢層が若年齢層の影響を受けずに飲食できるケースであるため、この場合も時間帯分離は利得に影響を与えない。しかしながら、ケース①では、時間帯分離により飲食店内の混在（接触）環境は解消される。この場合、全ての飲食時間帯にこのメリットは適用できないため、単独で「飲食する」場合の利得10よりも利得は低いが、「飲食しない」よりも利得は高くなる。従って、この場合の中高年齢層の利得は5超10未満の範囲となるため、この値を便宜的に7として時間帯分離導入後の利得行列を表すと表3のようになる。

表3 時間帯分離導入後の利得行列

	中高年齢層		
若年齢層		飲食する	飲食しない
飲食する	①	7	②
	10		10
飲食しない	③	10	④
	5		5

注) 左下の数値は若年齢層の利得を、右上の数値は中高年齢層の利得をそれぞれ表す。

(出所：筆者作成)

表3においても「飲食する」が若年齢層にとっての支配戦略であることは変わらない。一方、中高年齢層にとっては若年齢層が「飲食する」、「飲食しない」のどちらの戦略を取っても「飲食する」を選択

したほうが利得が高くなるため、「飲食する」は中高年齢層にとっても支配戦略となる。従って、時間帯分離導入後のゲームの解はケース①となり、図4の若年齢層の支配戦略・中高年齢層の最適反応戦略の構造が解消されて中高年齢層の飲食需要も再開されるため、飲食業の需要回復が実現する。

4.2 時間帯分離効果のシミュレーション分析

本節では、前節の分析を考慮しつつ、第3章で計算した各年代の外食効用パラメータのコロナ発生後（以下、 α_1' にて表す）とコロナ発生前（以下、 α_0' にて表す）を用いて、以下の各ケースについて、中高年齢層の需要をコロナ前の水準に戻すために必要となる家計の外食単価 m （円）への割引額 n （円）の割合と財政負担額を計算するシミュレーションを実施し、時間帯分離導入の有効性を検証する。なお、シミュレーションの内容と適用する外食効用パラメータを示すと以下のようになる。

<シミュレーション>

1. 時間帯分離なし:

$$\text{外食効用パラメータ適用値} = \alpha_1'$$

2. 時間帯分離により中高年齢層の外食効用パラメータが50%回復する場合:

$$\text{外食効用パラメータ適用値} = \alpha_1' + (\alpha_0' - \alpha_1') \times 0.5$$

3. 時間帯分離により中高年齢層の外食効用パラメータが70%回復する場合:

$$\text{外食効用パラメータ適用値} = \alpha_1' + (\alpha_0' - \alpha_1') \times 0.7$$

割引額 n （円）は①式を変形すると $n = m - \alpha' / (1+q)$ として求められるため、同式の m へ外食単価、 α' へ上記のシミュレーション毎の外食効用パラメータ適用値、 q へコロナ前の年間外食回数を代入することにより、飲食需要をコロナ前の水準に戻すために必要となる外食単価 m への割引額 n を求めることができる。また、これにより求めた割引額 n へコロナ前の年間外食回数を乗じることにより財政負担額を求めることができる。この各シミュレーションの結果をまとめたものが表4である。

表4 時間帯分離効果のシミュレーション分析結果

シミュレーション	30～39歳	40～49歳	50～59歳	60～69歳	70歳以上
1. 時間帯分離なし					
α' 適用値 ($= \alpha_1'$)	165,173	157,496	158,958	127,324	95,868
割引額 n 計算値【円】	443	536	567	755	930
外食単価に占める割合	18.5%	23.1%	22.9%	28.8%	35.4%
財政負担額【円】	37,097	46,868	46,580	50,666	51,642
2. 時間帯分離により中高年齢層の α' が50%回復する場合					
α' 適用値 ($= \alpha_1' + (\alpha_0' - \alpha_1') \times 0.5$)	183,943	181,198	182,532	153,034	122,154
割引額 n 計算値【円】	221	268	283	378	465
外食単価に占める割合	9.3%	11.6%	11.4%	14.4%	17.7%
財政負担額【円】	18,549	23,434	23,290	25,333	25,821
3. 時間帯分離により中高年齢層の α' が70%回復する場合					
α' 適用値 ($= \alpha_1' + (\alpha_0' - \alpha_1') \times 0.7$)	191,451	190,679	191,961	163,318	132,668
割引額 n 計算値【円】	133	161	170	227	279
外食単価に占める割合	5.6%	6.9%	6.9%	8.6%	10.6%
財政負担額【円】	11,129	14,060	13,974	15,200	15,493

注) α_1' : コロナ発生後(2020年)の外食効用パラメータ計算値
 α_0' : コロナ発生前(2019年)の外食効用パラメータ計算値

(出所: 筆者作成)

表4より、時間帯分離がなく、中高年齢層の家計の外出効用パラメータが変化しない1のケースでは、飲食需要をコロナ前の水準に回復させるために必要な割引額の外出単価比は30～39歳で18.5%（金額で443円、財政負担額で37,097円）、70歳以上では35.4%（金額で930円、財政負担額で51,642円）に達しており、その割合から政策的に許容（負担）できるレベルではないことが分かる。

一方、時間帯分離実施のコミットメントにより中高年齢層の外出効用パラメータが50%回復する2のケースでは、飲食需要をコロナ前の水準に回復させるために必要な割引額の外出単価比は30～39歳で9.3%（金額で221円、財政負担額で18,549円）、70歳以上では17.7%（金額で465円、財政負担額で25,821円）に低下し、政策的に許容（負担）できるレベルに近づいている。

更に、時間帯分離実施のコミットメントにより中高年齢層の外出効用パラメータが70%回復する3のケースでは、飲食需要をコロナ前の水準に回復させるために必要な割引額の外出単価比は30～39歳で5.6%（金額で133円、財政負担額で11,129円）、70歳以上では10.6%（金額で279円、財政負担額で15,493円）に低下し、少ない財政負担の下で飲食需要を回復できる可能性が高まることが分かる。

上記の試算で見ると、中高年齢層の感染リスクに対し時間的・空間的な隔離対策を取らないまま、各種の支援対策を実施してもその効果が見込めないだけでなく、財政赤字のみが累積し、将来世代に負荷と低成長の経済を残すこととなるため、ミクロ的な分析視点に基づき、中高年齢層の外出効用パラメータを回復するような対策の実施が不可欠であると考えられる。

5. 実運用上の留意点

本章では飲食業の時間帯分離を実施する際の運用上の留意点について述べるものとする。

5.1 実施時期の弾力的運用

時間帯分離は感染拡大期など感染抑止と両立させながら経済を回復させる必要のある時期に実施すべきであり、感染が収束に向かっている局面では適宜解除を図るなど弾力的に運用すべきと考える。

5.2 身分証明書による年齢確認、非該当者分のペナルティー支払いルール

時間帯分離は若年齢層と中高年齢層の時間的・空間的な隔離を図るものであるため、家族などで各時間帯の指定年齢帯に非該当のメンバーを同席させる場合、非該当者分についてペナルティー（例えば1千円/人）の支払いをルール化し、ルールを守り該当年齢のメンバーのみで入店している家計との公平を図る必要がある。¹² このペナルティー支払いルールを正確に実施するため、身分証明書により年齢確認を実施する仕組みを飲食店において確立する必要がある。

5.3 若年齢層への配慮

時間帯分離を実施する場合、時間差設定年齢未満の若年齢層の外出時間帯は前節のペナルティーを負担する場合を除き、飲食店の早い営業時間帯に制限されることとなるため、この早い営業時間帯へ移動する負担を求めることに対する協力金の仕組みを導入すべきと考える。この協力金に基づき、飲食店において若年齢層の外出単価を割引く仕組みを導入することで、時間帯分離実施による若年齢層の効用への負荷を極力軽減する狙いがある。

¹² 非該当者へペナルティーを求める制度の事例として相続税額の2割加算がある。

6. 結論

本稿の分析結果から得られた点を再度要約すると以下のようになる。

1 点目は、若年齢層において新規感染率が高いのは重症化率が低いという医学的事実に基づく最適化行動の結果であり、その行動を尊重しながら対策を講じる必要があるということである。

2 点目は、飲食業を不況型倒産から救うためには、新規感染率が高い若年齢層とその影響を受ける中高年齢層との間で適切な時間的・空間的隔離措置（すなわち、時間帯分離）を取る必要があるということである。

3 点目は時間帯分離のコミットメントによる中高年齢層の外出効用パラメータの回復効果と同時に補助金による外出単価への割引を実施することにより、財政支出の効果を引き上げ、少ない財政負担の下で感染率を制御しながら飲食業の経営回復を図ることができるということである。

本分析において残された課題は以下の通りである。

まず、簡易な1財モデルにより分析を行ったため、外出需要が効用パラメータと外出単価のみによる考察となり、所得変化と中食あるいは内食など競合財価格の代替効果による影響を考慮できなかった点である。この点の改善については今後の課題としたい。

次に、使用データと分析手法についても集計データによる数値計算に留まったため、個票データまたはパネルデータを使用した詳細な分析についても今後の課題としたい。

最後に、飲食業における本稿の議論を観光業、ホテル・宿泊業および公共交通機関に拡張する際に考慮すべき論点の整理や分析モデルの検討についても今後の課題としたい。

本文中で述べた通り、飲食業の提供する酒類の提供を伴う飲食はストレス解消効果を持ち、国民の精神安定にも重要な役割を果たしており、コミュニケーションの場所としても必要である。従って、若年齢層と中高年齢層のコロナ感染リスクに係る医学的特徴と安全性の確保を考慮しながら、飲食業の不況型倒産の防止を図る対策の検討とその確実な実施が望まれる。

参考文献

- 祝迫得夫(2021)「コロナ感染症(COVID-19)拡大下での貯蓄・金融投資行動と個人の主観的認識の役割」一橋大学経済研究所『経済研究』Vol.72, No.4, Oct. 2021
- 岩本康志(2021)「新型コロナウイルス感染症と経済学」東京大学大学院研究科ディスカッション・ペーパー CIRJE-J-302, 2021年11月
- 宇南山卓,古村典洋,服部孝洋(2021)「コロナ禍における現金給付の家計消費への影響」RIETI Discussion Paper Series 21-J-022
- 久我尚子(2020)「年代別に見たコロナ禍の行動・意識の特徴～食生活編」『基礎研レター (2020/12/16)』ニッセイ基礎研究所
- 厚生労働省「データからわかる－新型コロナウイルス感染症情報－」<https://covid19.mhlw.go.jp/>
参照日：2022/1/1
- 坂本明日香(2021)「新型コロナウイルス感染症禍の外出産業の動向～需要側・供給側からの振り返り～」内閣府マンスリー・トピックス 令和3年4月30日
- 高橋済(2020)「感染症と経済学」財務総研リサーチ・ペーパー 2020年8月11日(No.20-RP-06)財務省財務総合政策研究所総務研究部
- 田中聡史(2020)「新型コロナウイルスのマクロ経済学(1)感染症拡大防止政策のトレードオフ」『経済セミナー』2020年8・9月号 通巻715号 日本評論社 PP.46-51
- 帝国データバンク「新型コロナウイルス関連倒産」動向調査2021/12/29付

- 東京新聞「<新型コロナ>飲食店などにはこんな支援が 7項目を要チェック 取引先には最大60万円」
<https://www.tokyo-np.co.jp/article/85211> 参照日：2022/1/1
- 日本経済学会HP特設サイト「新型コロナウイルス感染症に関する研究」<https://covid19.jeaweb.org/>
 参照日：2022/1/1
- ホットペッパーグルメ外食総研(2021)「2020年度外食&中食動向(2020年4月～2021年3月：東名阪夕食)」株式会社リクルート 2021.09.14
- 森岡慎一郎(2021)「感染経路不明な新型コロナウイルス感染症新規入院患者の感染経路に関する記述の結果報告」<https://www.covid19-jma-medical-expert-meeting.jp/topic/6910> 参照日：2022/1/2
- Acemoglu, D., Chernozhukov, V., Werning, I., and Whinston, M.D. (2020) “Optimal Targeted Lockdowns in a Multi-Group SIR Model,” NBER Working Paper, No.27102, National Bureau of Economic Research.
- Atkeson, A. (2020) “What Will Be the Economic Impact of COVID-19 in the US? Rough Estimates of Disease Scenarios,” NBER Working Paper No.26867, National Bureau of Economic Research.
- Eichenbaum, M. S., Rebelo, S., and Trabandt, M. (2020) “The Macroeconomics of Epidemics,” NBER Working Paper, No.26882, National Bureau of Economic Research.
- Favero, C., Ichino, A., and Rustichini, A. (2020) “Restarting the Economy while Saving Lives under COVID-19,” manuscript, SSRN Electronic Journal, Elsevier BV.
- Ferguson, N. M., Laydon, D., Nedjati-Gilani, G., Imai, N., Ainslie, K., Baguelin, M., Bhatia, S., Boonyasiri, A., Cucunubá, Z., Cuomo-Dannenburg, Dighe, A., Dorigatti, I., Fu, H., Gaythorpe, K., Green, W., Hamlet, A., Hinsley, W., Okell, L. C., Elsland, v. S., Thompson, H., Robert, V., Vols, E., Wang, H., Wang, Y., Walker, P. GT., Walters, C., Winskill, P., Whittaker, C., Christl, A. D., Riley, S., and Ghani, A. C. (2020) “Impact of Non-pharmaceutical Interventions (NPIs) to Reduce COVID-19 Mortality and Healthcare Demand,” manuscript, Imperial College, London.
- Okubo T. (2021), Traveling and Eating Out during the COVID-19 Pandemic: The Go To Campaign Policies in Japan, Keio-IES Discussion Paper Series.
- Rampini, A.A. (2020) “Sequential Lifting of COVID-19 Interventions with Population Heterogeneity,” NBER Working Paper, No.27063, National Bureau of Economic Research.
- Stock, J. H. (2020) “Data Gaps and the Policy Responses to the Novel Coronavirus,” NBER Working Paper No.26902.

地方公会計の推進に向けた阻害要因および対応方策の検討 －予算科目と勘定科目の相違による問題を中心に－

大川 裕介

論文要旨

2016年度決算から導入されている「統一的な基準による地方公会計」であるが、財務書類から得られた書類は十分に活用されず、またその作成も適時には行われていないほか、作成業務自体が外注されている団体が多く、財務書類の数値の背景となる事情が理解されていない、などの指摘がなされている。このような状況をもたらした阻害要因として、まず従来の予算・決算制度における予算科目と、地方公会計における勘定科目の相違点を示し、次にそれらの相違点から生じる会計技術上の様々な問題点を明らかにする。さらに、先行研究において提案され、またヨーロッパ諸国において採用されているダブルバジェットの考え方を導入した予算科目の整理により、これらの問題点がどのように解決されるかについて検討した。その結果、予算科目を地方公会計と整合するように整理することで、実務において相当程度の簡便化、効率化が図られる可能性が認められた。

1. はじめに

わが国の地方自治体の予算・決算制度においては、単式簿記による現金主義会計が適用されているが、2015年に「統一的な基準による地方公会計の整備促進について」と題された総務大臣通知が発出され、この統一的な基準による地方公会計にもとづく財務書類の作成が要請された。それを受けて大半の地方自治体において、原則として2016年度決算から固定資産台帳の整備と複式簿記の導入を前提とした財務書類の作成が進められている。

しかし、財務書類の作成およびそれにより得られた情報の活用は、一部の団体を除いて活発であるとはいえない状況にある。総務省（2021）に示されているように、例えば「財務書類等の情報を基に、各種指標の分析を行った」団体は全体の53.9%である一方、「決算審査の補足資料とするなど、議会における説明資料として活用した」団体は12.2%、「簡易に要約した財務書類を作成するなどし、住民に分かりやすく財政状況を説明した」団体は26.8%にとどまっている。さらには、財務書類の作成が適時に行われず、会計年度終了日から1年以上を経過しても作成が終えられていない団体も相当数のほるほか、財務書類の作成作業自体を外部の会計事務所等に委託する団体も多く認められ、そのような団体においては「財務書類の数値の背景となる事情が理解されていない」（大塚 2020, p.43）という状況にある。

本稿ではまず、財務書類の活用に至る前に、その作成作業が円滑になされていない現状をもたらした阻害要因がどこにあるのかを検討する。具体的には、従来の予算・決算制度には全く変更を加えないまま、従来の制度にもとづき作成された決算情報を複式仕訳に変換するという方法により財務書類を作成している現状に着目し、そのような作業手順から生じる実務的な問題点を探りたいと考える。そのうえで、この現状を改善する手段としてどのようなものが考えられるのか、地方自治体における実務を踏まえ、先行研究および諸外国の事例を参照しつつ検討していきたい。

2. 先行研究の検討および課題の設定

本稿においては、地方自治体の予算・決算制度に着目して、地方公会計の導入にどのような阻害要因が存在するか、またその阻害要因に対してどのような対応方策が考えられるかを検討することを目的とする。そこで地方自治体の予算・決算制度にかかる先行研究をサーベイしたところ、まず小西（2008）が認められる。小西（2008）は、建設公債主義のもとでは地方自治体は債務超過とはならないことから、「建設公債主義である限りは自治体の財政分析は資金ショートに関するものとなる」（小西 2008, p.74）と述べるとともに、「財政分析はダブルバジェット（二重予算）で十分である」（小西 2008, p.73）とも述べている。このダブルバジェットとは、現金主義会計を維持したまま予算を經常予算と資本予算に区分したものであり、それにより営利企業における償却前利益と同様の収支が經常予算において得られるものである。この經常予算の余剰が地方債の実償還額を上回っている限り、資金ショートは発生しないことが小西（2008）において示されている。厳密に言えば、經常予算における黒字額によって建設事業に要する一般財源等も賄われる必要があることが大川（2020b）において示されているが、このダブルバジェットの考え方は、フローとなる資金収支とストックの増減をもたらす資金収支を区分するものであり、予算・決算制度の変革の方向性として、注目すべきものと考えられる。

次に諸外国の状況であるが、Brusca et al. (2015) では、ヨーロッパの14か国における公会計および公監査の実務に関するケーススタディが行われている。ここでは各国の予算制度についても詳述されているが、多くの国において修正現金主義会計にもとづく予算・決算制度を採用しつつ、それを組み替えることにより発生主義会計にもとづく財務報告を行っていることが紹介されている。また、フランス、イタリアにおいては、小西（2008）において提案されているダブルバジェットと同様、業務的な収支と資本的な収支を予算において区分していることや、スペインにおいては、営利企業におけるキャッシュ・フロー計算書と同様の活動別の区分が予算において行われていることも紹介されている。さらに、ドイツにおいても、1969年の財政改革以降、上述のフランスやイタリアの例と同様に、行政予算（administrative budget）と財産・資本予算（property or investment budget）に区分した報告が行われていることが、亀井（2004）およびBerber and Heiling（2015）において示されている。

また、現在わが国で作成されている統一的な基準による地方公会計にかかる問題点を指摘した研究として大塚（2020）が挙げられる。ここでは多くの地方自治体において、財務書類が単に作成され、資料として保存されるだけの存在になっているという状況を「財務書類の空洞化」と呼んでいる（大塚 2020, p.37）。この空洞化を生じさせる原因として、大塚（2020）は以下の5点を挙げている。

① 開示情報の縮小

統一的な基準に先立つ「総務省方式改訂モデル」においては、行政目的別のコスト情報などの開示が求められていた。しかし、統一的な基準においては、行政目的別の情報開示は必ずしも求められない。

② 情報開示の停滞

2019年1月末時点で全国の市のホームページを調査したところ、対象とした815団体のうち財務書類の公表が確認できたのは622団体であるなど、情報開示が十分になされていない。

③ 作成作業の外注による弊害

財務書類の作成には、従来の決算とは異なる作業を行う必要があることから、財務書類の作成作業を外部の業者に委託している団体が多数存在している。これらの団体では、財務書類の数値の背景となる事情が理解されていないという状況が生じている。

④ 伝票と財務書類の断絶

統一的な基準においては日々仕訳方式と期末一括仕訳方式が認められているが、多くの団体が期末一括仕訳が採用されている。期末一括仕訳においても帳簿体系を維持することは求められ

ているが、必ずしも伝票単位での仕訳データを利用可能な形で整備することが求められているわけではなく、伝票と財務諸表の間には実質的な断絶が生じている可能性がある。

⑤ 広域化への対応の遅れ

病院や消防などの事務を複数の団体で共同運営するなど地方行政の広域化の傾向が強まることが考えられるが、一般会計等財務書類においてはこれらの事務にかかる負担金の支出のみが反映され、連結財務書類においてはこれらの事務について比例連結が行われる。しかし、このように作成された財務書類の意味やその作成手続きの妥当性などについて検討が必要である。

大塚（2020）においては以上のような「空洞化」の要因が指摘されている。本稿においても地方公会計が十分に活用されず、またそれ以前に適時に適切に作成されていない状況をもたらしている原因を探ることを目的とするが、本稿では特に、実務面および会計技術面から見た根源的な原因を、従来の予算・決算制度と地方公会計との差異に焦点を当てて探りたいと考える。その視点に立てば、大塚（2020）の③および④の論点について特に深く掘り下げる必要があると考えられる。なぜ地方自治体が財務書類の作成作業を外注する必要があるのか、なぜ従来の予算・決算制度にもとづく伝票と財務書類の間に断絶が生じてしまうのか、その原因を考えるためには、従来の予算・決算制度と地方公会計との間にどのような差異があり、それがどのような問題を生じさせているのかについて考える必要がある。現金主義会計と発生主義会計という差異はもちろん存在するが、両者に共通する取引、すなわち資金収支を伴う取引についてその取扱いに差異がなければ、伝票と財務書類の断絶は深刻なものとはならず、財務書類の作成も容易となり、外注を行う必要性も大きくはならないと考えられる。

本稿ではこのような問題意識にもとづき、以下のような手順で検討を進める。まず大川（2020a）に示されている、地方自治体の従来の予算・決算制度における予算科目と地方公会計で用いられている勘定科目の関係についてさらに詳細に検討し、それらの科目が相互にどのように対応し、また対応していないかを詳述する。次に、そのような対応関係、非対応関係が、地方自治体における予算・決算ならびに財務書類の作成にかかる実務において、どのような問題を生じさせているかを検討する。さらに、これらの問題を解決するためにどのような対応方策が考えられるかについて、上述した先行研究や諸外国の事例に基づき提案を行いたいと考える。

3. 従来の予算・決算制度と地方公会計の相違

従来の予算・決算制度においては、款・項・目・節というピラミッド状に体系化された予算科目に従って予算額が計上され、それぞれの詳細な予算科目ごとの予算額と決算額を対比する形で決算書が調製されている。この予算科目については、業務的な収支と資本的な収支の区分がなされていないことが、大川（2020a）においてその特徴として挙げられている。それに対して地方公会計においては、複式簿記・発生主義会計を適用することが前提であるため、フローとストックが必然的に区分されているほか、営利企業のキャッシュ・フロー計算書に相当する資金収支計算書においても、業務活動・投資活動・財務活動を区分するなかで、フローとなる収支とストックの増減をもたらす収支を明確に区分する必要がある。このため、従来の予算・決算制度にもとづく伝票や決算数値から財務書類作成のための仕訳を行う際には、かなりの困難が生じることとなる。この点について、以下においてより詳細に検討する。

まず歳入についてであるが、歳入は全体としては性質別（機能別）の区分がなされているため、それぞれの予算科目を地方公会計の勘定科目に当てはめることはある程度は可能であるが、いくつかの点において相違が認められる。その相違をまとめると表1のとおりとなる。

表1 歳入の予算科目と地方公会計の貸方科目の相違

予算科目名	地方公会計の貸方科目	
	行政コスト計算書・純資産変動計算書	貸借対照表
都道府県税・市町村税	税金等	/
地方消費税精算金		
地方譲与税		
税交付金（利子割交付金等）		
地方特例交付金		
地方交付税		
交通安全対策特別交付金		
分担金及び負担金	税金等	/
使用料及び手数料	使用料及び手数料	/
国庫支出金	国県等補助金	/
都道府県支出金		
財産収入		
財産貸付収入	その他（経常収益）	/
利子及び配当金	その他（経常収益）	/
財産売払収入	資産売却益 または 資産除売却損 および 何らかの資産の減少	/
生産物売払収入	その他（経常収益）	/
寄付金	税金等	/
繰入金		
特別会計繰入金	税金等	/
基金繰入金		いずれかの基金
財産区繰入金	税金等	/
繰越金	仕訳なし（前年度末の現金預金残高として繰り越すのみ）	
諸収入		
延滞金、加算金及び過料等	その他（経常収益）	/
預金利子	その他（経常収益）	/
貸付金元利収入	その他（経常収益） および 何らかの貸付金の減少	/
受託事業収入	その他（経常収益）	/
収益事業収入	その他（経常収益）	/
利子割清算金収入	税金等	/
雑入	その他（経常収益）	/
地方債		地方債

※ さらに、多くの予算科目において現年度分と過年度分が区分されていないという相違もある。

出所：総務省（2019, p.106）を参考に筆者作成

この表のとおり、多くの予算科目に対しては一つの勘定科目のみが対応しているが、財産売払収入や貸付金元利収入については資産の減少と収益もしくは損失が区分されていないほか、基金繰入金についても、複数ある基金の科目のどの科目と対応するかは予算科目のみでは判断できない。また国県等補助金については、地方公会計の資金収支計算書における業務活動収入と投資活動収入の区分がなされていない。さらに、表1の下部欄外に記載したとおり、多くの団体においては、税以外の科目に

において現年分と過年度分（滞納繰越分）の区分がなされておらず、受け入れた歳入に含まれる未収金の回収額が直ちには把握できないという問題点も認められる。

次に、歳出の予算科目と地方公会計の借方科目の相違点をまとめると表2のとおりとなる。

表2 歳出の予算科目と地方公会計の借方科目の相違

節（地方自治法施行規則別記）		地方公会計の借方科目	
No.	名称	行政コスト計算書	貸借対照表
1	報酬	その他人件費	
2	給料	職員給与費	
3	職員手当等		
4	共済費		
5	災害補償費		
6	恩給及び退職年金	その他人件費	
7	報償費	物件費	
8	旅費		
9	交際費		
10	需用費	物件費 または 維持補修費	
11	役務費	物件費（一部例外あり）	
12	委託料	物件費 または 何らかの固定資産	
13	使用料及び賃借料	物件費 または リース債務（償還）及び支払利息	
14	工事請負費	維持補修費 または 何らかの固定資産	
15	原材料費	維持補修費（用途により異なる）	
16	公有財産購入費		何らかの固定資産 （土地、建物等）
17	備品購入費	物件費 または 固定資産（物品）	
18	負担金、補助及び交付金	補助金等	一部に固定資産あり
19	扶助費	社会保障給付	
20	貸付金		何らかの貸付金
21	補償、補填及び賠償金	その他移転費用 または 何らかの固定資産	
22	償還金、利子及び割引料	支払利息 および 地方債 または その他移転費用	
23	投資及び出資金		投資及び出資金
24	積立金		いずれかの基金
25	寄付金	その他移転費用	
26	公課費		
27	繰出金	繰出金	一部に定額運用基金あり

出所：総務省（2019, p.107）を参考に筆者作成

歳出については地方自治法施行規則別記(第15条関係)において27の節の区分が定められているが、そのうちのかなりの科目が、地方公会計の借方科目と一対一では対応していない。これは、当該年度に消費される費用となるべき支出と、資産を形成するための支出ならびに債務の償還のための支出を区分するという考え方自体が、従来の予算・決算制度には採り入れられていないことに原因があるものと考えられる。たとえば公共施設の整備にかかる支出は、主として12節「委託料」、14節「工事請

負費」、21節「補償、補填及び賠償金」に計上されるが、これらの節には費用となる支出と資産を取得するため支出が混在している。すなわち、12節「委託料」には一般的な業務委託と資産の付随費用となる設計等の委託料が混在し、14節「工事請負費」には修繕費と資産を取得するための工事支出が混在しているほか、21節「補償、補填及び賠償金」には一般的な補償金等と資産の付随費用となる物件移転補償費等が混在している。一方、22節「償還金、利子及び割引料」においては、地方債の元金償還額と支払利息およびその他の返還金が同じ節において計上されることになる。このほかにも10節「需用費」のように物件費と維持補修費が混在している節や、17節「備品購入費」のように資産としての物品の購入と物件費となる消耗品の購入が混在している節があるなど、従来の予算科目は非常に多くの点で地方公会計の借方科目と整合しないものとなっている。

4. 現状の問題点と対応方策

4.1 科目の相違から生じる問題

以上のように、従来の予算・決算制度における歳入・歳出の予算科目を見てきたが、歳入・歳出のいずれにおいてもいえることは、フローとなる業務的な収支とストックの増減をもたらす資金的な収支が予算科目によって区分されていないということである。大川（2020a）においては、この区分の欠如により地方自治体の財政規律の維持においてどのような問題が生じるのかについて検討しているが、本稿においては、財務書類の作成、地方公会計の推進にかかる技術的な側面を中心に、科目の相違により地方公会計の推進においてどのような問題が生じているのかについて検討をすすめる。

歳入・歳出ともにその予算科目には地方公会計の勘定科目と整合しない科目が数多くあるということは、現金主義会計と発生主義会計という差異の以前に、資金収支の記録方法において、すでに大きな差異が生じていることである。総務省（2019, p.14）に示されているように、地方公会計の財務書類は従来の予算・決算制度における歳入・歳出の記録を複式仕訳に変換し、さらに発生主義会計にもとづく仕訳を追加することにより作成することが想定されている。仮に、従来の予算・決算制度における予算科目と地方公会計の勘定科目が整合していれば、資金収支を伴う取引、すなわち歳入・歳出として記録される取引については、取引発生時に直ちに複式仕訳に変換することが可能であり、財務書類作成作業の相当部分を自動化できることとなる。

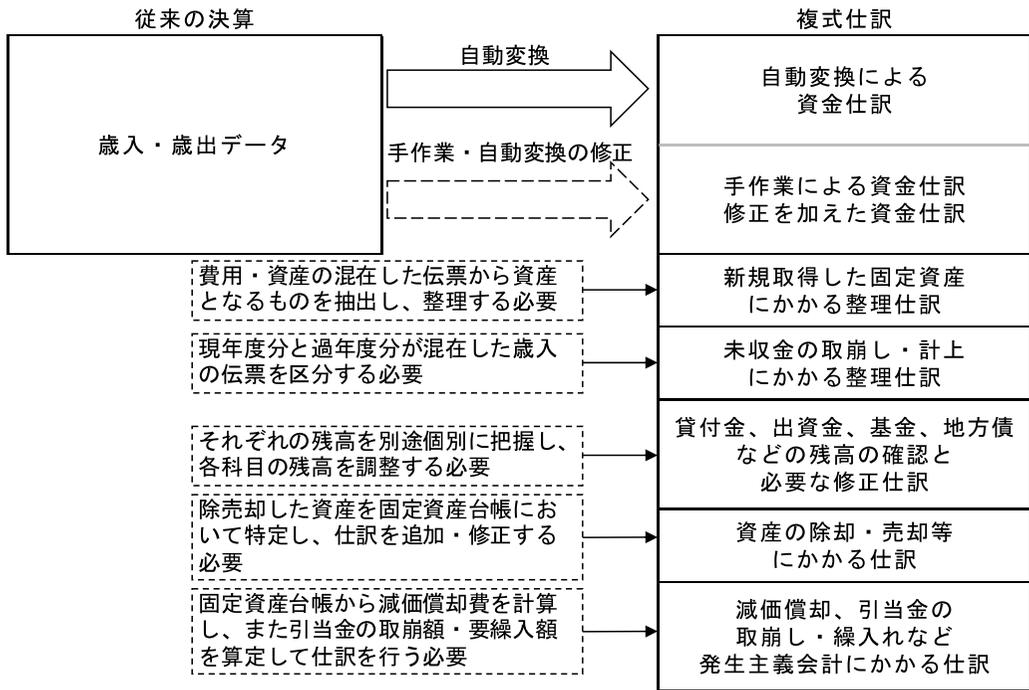
ここで、従来の予算科目にもとづく歳入歳出データから財務書類を作成する場合の実務のイメージを図1に示す。この図の右側の最上段のとおり、記録された歳入・歳出データを変換し、資金取引にかかる複式仕訳を作成することとなるが、多くの予算科目においては自動変換による仕訳ができないケースや、自動変換後に修正が必要なケースが生じる。この結果、これら膨大な数の歳入・歳出の伝票について、手作業による仕訳や修正を行うこととなる。

さらに地方公会計においては、図1の右側の下部に記載した各種の仕訳が必要となる。まず新規取得した固定資産については、工事費等の支出額に付随費用を加算し、耐用年数が異なる単位に分割するなどの作業が必要であるが、このような作業を自動化する資産管理システムなどを導入していない限り、別途手作業で整理し、仕訳を入力する必要がある。また、従来の予算科目においては資産となる伝票を特定することができないため、その作業は非常に困難なものとなる。

加えて、従来の予算科目においては歳入を現年度分と過年度分に区分していない科目が多いため、未収金の取崩しも自動では行えず、手作業によりデータを整理し、仕訳を行うこととなる。なお新規の未収金の計上については、現年度分の歳入予算において収入未済となった金額を計上することとなるが、これも現年度分と過年度分の予算が区分されていなければ、かなりの手作業が必要になる。

このほかにも、仕訳後の貸付金や出資金、基金、地方債などの帳簿残高が実残高と一致しているかを確認する必要があるが、これも予算科目が各貸付金や各基金などに対応していない限り、ただちに一致するとは限らず、その修正には一定の手作業を要する。なお、資産の除却、売却、または評価替えなどが生じた場合の会計処理や、末尾に記した発生主義会計にかかる仕訳は、予算科目と勘定科目の整合性にかかわらず、いずれの場合にも必要な作業となる。

図1 従来の予算科目にもとづく仕訳変換作業のイメージ



出所：筆者作成

以上のように、従来の予算科目を前提とすると地方公会計の財務書類の作成にはかなりの手作業が必要になる。これは、従来の予算・決算制度には何ら変更を加えることなく、その制度を前提として地方公会計を導入したことによる必然的な結果といえる。業務的な収支と資本的な収支を区分していない従来の予算科目においては、費用となる支出と資産となる支出が区分されておらず、そのような予算科目により整理されたデータから発生主義会計にもとづく財務書類を作成するための仕訳を行うことは、極めて困難な作業となる。また、業務的な収支と資本的な収支を区分することを日常の経理実務において求められていない地方自治体の職員にとって、決算データから事後的に複式仕訳を作成することは非常に理解が難しく、また時間を要するものと考えられる。このような状況であれば、各団体においては当然ながら作成作業の外注を行おうという誘因が働くほか、科目が整合していない以上、従来の予算・決算制度にもとづく伝票と財務書類とは必然的に断絶してしまうものと考えられる。

また、このような伝票と財務書類の断絶の原因を、日々仕訳か期末一括仕訳かという作成方法によるものと考えることについては疑問がある。なぜなら、日々仕訳においても、期末一括仕訳と同様に予算科目から地方公会計の勘定科目への読み替えは必要だからである。日々仕訳を採用する場合、日常の歳入・歳出の伝票から会計システムにおいて複式仕訳を自動作成することが合理的と考えられる

が、上述したような科目の不整合がある状況においては、システムによりすべての取引を自動仕訳することは不可能である。また、地方自治体の職員が日々の経理業務の際に手作業で仕訳を行う方式は、職員に多大な負担を強いるだけでなく、帳簿及び財務書類の正確性の確保の観点からも採用することは困難である¹。総務省（2019）に示された財務書類の作成手順においては、原則としては歳入・歳出データから複式仕訳を自動作成することが想定されているが、予算科目と地方公会計の勘定科目の不整合が是正されない状況では、日々仕訳も期末一括仕訳も、同じ困難に直面するものと考えられる。

なお付言すると、地方自治体が従来から作成している決算統計（地方財政状況調査）においても、予算科目の節とは全く異なる性質別の科目による歳出の表示が求められており、そのため決算の歳出データからの読み替え作業ははるか以前から行われている。近年は地方公会計の財務書類作成のために、さらに異なる科目体系への読み替えや発生主義会計にもとづく情報の作成作業が発生しているものである。法定の決算、決算統計、地方公会計という3種類の決算の作成は、地方自治体の人的資源を浪費し、非常に不効率的な実務を生み出しているものと推察される。

4.2 予算科目の整理による対応方策

前項で述べた問題点に対しては、これまでも一定の対応策が考案されている。その代表的なものとして「予算仕分け」という取り組みが挙げられる²。これは、予算科目の節のさらに下にある細節や細々節において、地方公会計の勘定科目と整合するような細区分を設け、それにより資金取引についてはすべて自動での仕訳作成を実現するものである。ただし、このような方法は科目の細分化を招き、職員にとっての理解可能性を損なう恐れもある。また、業務的な収支と資本的な収支を区分しない予算・決算制度を存置することで、大川（2020b）において示されているような、フローとストックの区分にかかる職員の意識の変化や、財政規律の向上に向けた有用性などは十分には得られない可能性もある。そのような意味で、予算仕分けは財務書類の作成に向けた当座の対応策と考えるべきである。

そのため、本稿では小西（2008）において提案されており、またヨーロッパの主要な国々で採用されているダブルバジェットの導入についてその意義を検討する。このダブルバジェットにおいては、業務的な収支が経常予算として、資本的な収支が資本予算として計上されるため、上述のような、費用となる支出と資産となる支出が同じ予算科目に計上されることや、地方債の元金償還と支払利息が同じ科目に計上されることは起り得ない。歳入においても、貸付金の元金回収と受取利息はそれぞれ資本予算と経常予算に区分して計上されるほか、経常支出に充当される国県等補助金と資本支出に充当される国県等補助金もそれぞれの予算に区分される。このため、このダブルバジェットは地方公会計と非常に親和性が高いものと考えられる³。これまで、法定の決算に決算統計、さらに地方公会計と屋上屋を重ねてきたわが国の予算・決算制度であるが、上述の予算科目など、基本的な構造は1963年（昭

¹ 営利企業においても、日常の定型業務にかかる会計処理については、販売システムや経費管理システムなどから自動的に仕訳が行われるのが一般的であり、複式簿記の知識に乏しい一般の従業員に手作業で仕訳を行わせるという実務は通常は行われていない。地方自治体では、複式簿記に習熟していない職員がさらに多いものと考えられることから、職員の手作業による仕訳入力では事務が煩雑となるだけでなく、正確性の確保が困難と考えられる。

² この「予算仕分け」は多くの場合「予算仕訳」と表記される。しかし、予算計上時点では取引は発生しておらず、そのため当然ながら仕訳処理が行われているものではなく、取引発生時に自動的に仕訳が可能となるよう予算を仕分けしておくものと考えることが妥当である。このため、本稿では「予算仕分け」という表現で統一する。

³ 地方公会計における資金収支計算書、投資活動収支と財務活動収支を合算したものがダブルバジェットにおける資本予算に相当するなど、ダブルバジェットと資金収支計算書は概ね相似したものと考えられる。また、ダブルバジェットの経常予算に発生主義会計にかかる取引を追加すれば、地方公会計における行政コスト計算書ならびに純資産変動計算書を作成することができる。このように、ダブルバジェットの考え方を導入することは、資金取引については地方公会計の考え方を導入することに概ね等しいものと考えられる。

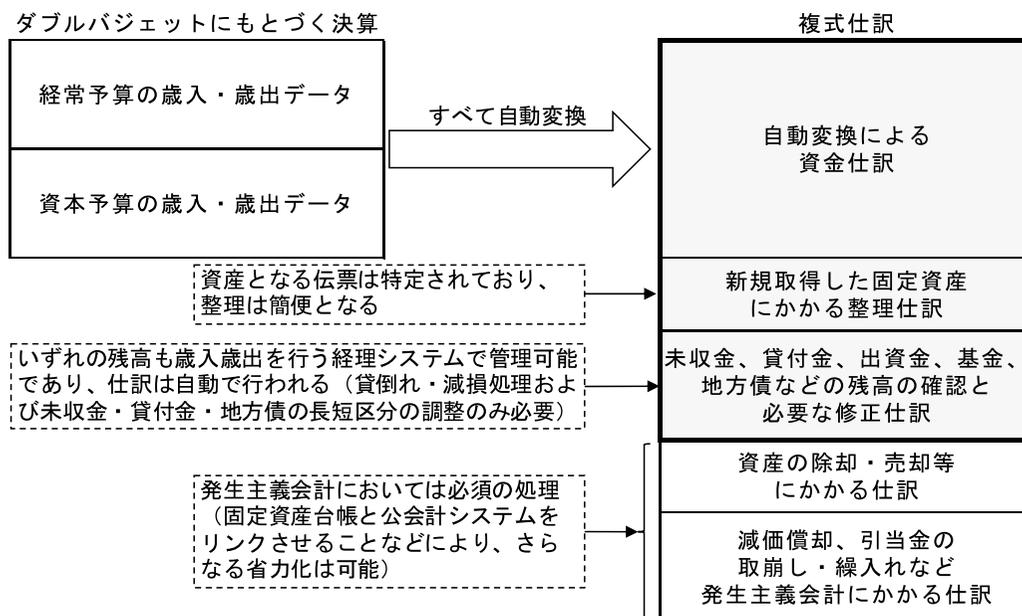
和38年)の地方自治法の改正以来大きくは変わっていない。わが国がその財政制度を範としたといわれるドイツにおいては、1969年の財政改革において、このダブルバジェットの導入を行っている(亀井2004)。わが国においても、地方公会計の導入などが進み、ストックに着目した行政運営の必要性が唱えられるなど、従来の予算・決算制度を抜本的に見直す時期に来ているのではないかと考えられる。

ここで、ダブルバジェットを導入するよう予算科目を再構成した場合に、図1で示した仕訳変換作業がどのように簡便化されるかを確認する。なお、ここではダブルバジェットの導入とともに、以下の2点の追加的な改善策を導入するものとする。

- ①すべての歳入について、現年度分と過年度分を予算科目において区分する。
- ②貸付金、出資金、基金の増減をもたらす歳入・歳出について、個別の貸付金名称、出資金名称、基金名称ごとに予算科目を区分する。

このような前提のもとで財務書類を作成すると、図2のようなイメージとなる。

図2 予算科目を再構成した場合の仕訳変換作業のイメージ



出所：筆者作成

まず、経常予算・資本予算ともに、歳入・歳出のデータはすべて自動で複式仕訳に変換することができる。さらに、新規取得した固定資産については従来と同様に耐用年数区分ごとに分割する等の作業が必要であるが、資産となる伝票が特定されているため、従来よりも作業は容易になると考えられる。加えて歳入を現年度分と過年度分に区分することにより、未収金にかかる仕訳は、長期・短期の調整を除きすべて自動化できると考えられる。同様に貸付金、出資金、基金についても、個別の名称ごとに予算科目を設定することにより、貸付金の長期・短期の調整を除き、すべて自動化できると考えられる。地方債についても長期・短期の調整のみが手作業となる。以上により、図2右側の太線で囲って網掛けした部分において、相当程度の作業の簡便化が図られるものと考えられる。なお、資産の除却・売却等や減価償却などについては、予算科目の再構成のみによっては作業の簡便化の効果は直接的には得られない。しかし、固定資産台帳と公会計のシステムを統合し、例えば売却時の歳入の伝票にお

いて売却対象の資産を特定するなどの改善策を追加すれば、仕訳を自動化できる範囲はさらに広がるものと考えられる。

また、ダブルバジェットを導入し、業務的な収支と資本的な収支を区分することにより、大川(2020a; 2020b)において示したような、さまざまな利点が享受できるものと考えられる。大川(2020a; 2020b)においては、資金収支計算書のように3つの活動別に区分することを想定していたが、投資活動収支と財務活動収支を合算したものが資本予算となるものであり、ダブルバジェットによっても大川(2020a; 2020b)において示された利点は十分に得られるものと考えられる。たとえば、業務的な収支と資本的な収支を予算において区分し、それにもとづいた予算編成や経理事務が日常化することにより、職員がフローとストックの区別を常時意識するようになるという効果も期待できる。大川(2020a)においては、隠蔽された負債を増加させることによって総体的な資金収支のバランスを図っていた事例が紹介されているが、ダブルバジェットの導入によりフローとストックの相違を理解し、經常会計における余剰額を十分に確保することに着目した財政運営が行われることも期待できる。小西(2008, p.71)において示されているように、經常会計における余剰額は投資活動に充当される一般財源に相当するものであるため、ダブルバジェットを導入した場合には、この余剰額に着目した財政運営を行わざるを得ないからである。

さらに、地方公会計による情報が十分に活用されていないといわれる現状についても、予算科目の再構成によって改善できる可能性も考えられる。地方公会計の財務書類の作成や、得られた情報の活用の際などにおいて求められる考え方は、従来の予算・決算制度とはあまりにも異なるものである。このため、施設マネジメントや各種ストックの管理などを求められても、従来の予算科目にもとづいた経理事務に馴染んでいる職員にとっては、フローとストックの区分などの考え方を採り入れることは容易ではないかもしれない。ダブルバジェットの導入により従来の予算科目を再構成し、それに基づいた予算編成や経理事務に慣れ親しむことにより、地方公会計から得られる情報の活用もより円滑に進むとも考えられる。

5. おわりに

以上のとおり、従来の予算・決算制度と地方公会計の相違点およびそれにより生じる問題点、さらにはその問題への対応方策を見てきた。そこで得られた結論は、従来の予算科目には一切変更を加えないまま、屋上屋を重ねる形で決算統計や地方公会計を導入してきた結果、地方自治体の決算実務は非常に複雑になり、人的資源の浪費や外部委託などの経費が生じていることであった。しかし諸外国と同様に、ダブルバジェットの考え方にもとづいて予算・決算制度を見直すことにより、このような非効率性などは相当程度解消できる可能性を示せたものと考ええる。

もちろん、制度の移行に際しては一定のコストを要するほか、数年程度の移行期間も当然に必要なものと考えられる。しかし、それらのコストは移行後の実務の効率化により回収できるのではないかと考えられる。行政の縦割りの廃止やデジタル化などの必要性が唱えられるなか、現状を維持する努力を続けるのではなく、より望ましい制度および実務体制の構築へ向けた不断の努力が求められていると考える。

参考文献

- 大川裕介(2020a)「地方自治体の財務報告におけるキャッシュ・フロー情報の重要性」『公共経営とアカウンタビリティ』政府会計学会, vol.1, no.1, pp.24-36.
- 大川裕介(2020b)「資金収支情報の活動別区分による地方自治体の財政規律向上の可能性」『公会計研究』国際公会計学会, vol.21, no.2, pp.48-64.
- 大塚成男(2020)「地方公会計における財務書類の空洞化」『公共経営とアカウンタビリティ』政府会計学会, vol.1, no.1, pp.37-48.
- 亀井孝文(2004)「ドイツ公会計制度の現状と問題」『会計検査研究』会計検査院, no.29, pp.129-142.
- 小西砂千夫(2008)「自治体財政分析における財政指標の考え方」『産研論集』関西学院大学, no.35, pp.71-88.
- 総務省(2019)「統一的な基準による地方公会計マニュアル(令和元年8月改訂)」総務省自治財政局財務調査課.
- 総務省(2021)「統一的な基準による財務書類の作成状況等に関する調査(令和3年3月31日時点)」総務省自治財政局財務調査課.
- Brusca, I., Caperchione, E., Cohen, S. and Rossi, F. M., eds. (2015) *Public Sector Accounting and Auditing in Europe: The Challenge of Harmonization*, Palgrave Macmillan.
- Berger, T. M. and Heiling, J. (2015) *Public Sector Accounting and Auditing in Germany*, in Brusca, I., Caperchione, E., Cohen, S. and Rossi, F. M., eds., *Public Sector Accounting and Auditing in Europe: The Challenge of Harmonization*, pp.93-107, Palgrave Macmillan.

ポートフォリオ選択理論と資産評価モデルについて

深澤 泰 郎

(はじめに)

(このペーパーは、もともと2016年5月に作成されたものですが、2018年の8月の集中講義の際に数式等に間違いが複数見つかったため、改訂版として修正しました。さらに2018年11月には、当方の理解不足等からお話できていなかった不十分な部分を加筆しました。今回、2019年9月には、新たに見つかったいくつかの誤りを修正致しました。)

約4年前に、この「金融危機の本質シリーズ5」で、身分不相応にもオプションのプライシングモデルのブラックショールズモデルの導出方法を取り上げました。そこでは、「文化系の人間には(少なくとも当方は)、最初から逃げ出したくなるような式ですが、実はその導出方法がある程度理解できる策はあります。導出方法には、二項分布から導出する方法、伊藤のレンマ、偏微分方程式を用いる(ブラックとショールズが初めて行った)一般的な方法もあります。……しかし、当方のように理解をあきらめていたにもかかわらず、日本銀行金融市場研究会の「オプション取引のすべて」(金融財政事情研究会)という名著に遭遇することによって、なんとか分かった気分になれた人間もいます。この本では、オプションの期待収益を加重平均することで導出する方法をとっています。」と記しました。

この「シリーズ8」では、いったんブラックショールズモデルから離れてファイナンス理論のもう一つの柱である「ポートフォリオ選択理論と資産評価モデル」についてお話ししたいと思います。リーマンショック以降、その実現性について批判の強まった感のある理論ではありますが、依然としてそれに代替する骨格の理論は現れず、修正を加えられながらも、実務では使われ続けています。批判については最後にお話するつもりですが、まずは原点に戻ってお話ししたいと思います。方法論としては、「リスクの問題と時間の問題は概念的に別のものである」という基本認識にたつて、不確実性のある対象についてはリスクプレミアムが要求され、時間については現在価値に換算するという手法によつています。

2016年4月から個人的事情から職場が変わったのですが、幸運にも同じ様な運用業務に関わることになりました。そこで、初心に帰ってファイナンス理論の原点を見直してみたことが、本ペーパーを作成するきっかけになりました。

もともと、このシリーズは、早稲田大学の野口悠紀雄教授の「金融危機の本質は何か」(東洋経済新報社)に、触発されて始めました。ブラックショールズモデルについては「シリーズ5~7」でお話しています。それらと併せてお読み頂ければ幸いです、単独でもお読み頂けるかなと思います。

例によって非力の当方が独力で作成できるわけではなく、今回も、浅学の当方を強力に助けてくれた(そして、いちいち記載していませんが多くを参照しています)(参考資料)は、最後にまとめて記載しています。詳しくお調べになりたい方々は直接これらに当たってください。当方ごときがCAPMの批判をすることなど身の程知らずなのでしょうが、この批判は広く言われていることではあります。

A. リスクとリスクプレミアム

(1) リターンとリスク

金融商品の将来価格は不確定です。結果が不確定なことによって価格が変動する可能性をリスクと言います。

リターンは投資で得られる（コスト控除後の）収益のことを指しますが一般的には絶対額ではなく、収益率で表します。

資産 S の時点 t における価格を S_t としますと

$$R_t = \frac{S_{t+1} - S_t}{S_t} \cdots \cdots A-(1)-1$$

を資産 S の時点 t における収益率と言います。

また実務では、収益率として

$$\log \frac{S_{t+1}}{S_t} = \log S_{t+1} - \log S_t \quad (\log \text{ は自然対数}) \cdots \cdots A-(1)-2$$

という対数収益率を使う場合があります（*注1）。

連続複利（*注2）は本シリーズ5～6でのブラックショールズモデルの導出時にも頻発していますが、自然対数は連続複利の関数である指数関数の逆関数ですので、A-(1)-2 式は的を得た考え方と感じます。

このほかにも対数収益率には、時間的加法性、収益率の対称性というメリットがあります。この説明については上記の（*注1）をご参照して下さい。

t が過去の時点であれば収益率は実現値ですが、将来時点の場合には収益率はまだ実現していないのですから、実際にはどうなるか分からないわけです。従ってここではひとまず確率変数とします。

この場合、収益率は各状態における収益率にその状態の生起確率をかけて、確率で加重した平均値を求めてリターンとします。収益率の期待値（平均値）がリターンとなります。

（表1）景気状態と A 社の株価

1年後の景気の状態	生起確率	1年後の A 社の株価	収益率 (%)
好況	0.25	920	15
普通	0.5	848	6
不況	0.25	776	-3

（表1）の例で、具体的に考えましょう（なお、ここでの収益率は上記の A-(1)-1 式によって算出されています）。

A 社株式を 1 株 800 円で購入し、タイムホライズンを 1 年とします（お話を簡単にするため、配当はなしとします）。

この場合のリターンは

$$\text{リターン} = \text{期待収益率} = 0.25 \cdot 15 + 0.50 \cdot 6 + 0.25 \cdot (-3) = 6$$

リスクも計算します。

$$\begin{aligned} \text{リスク} = \text{分散} &= 0.25(15 - 6)^2 + 0.50(6 - 6)^2 \\ &\quad + 0.25(-3 - 6)^2 = 40.5 \end{aligned}$$

$$\text{標準偏差} = \text{分散の平方根} = \sqrt{40.5} = 6.36$$

このようにリスクは収益率の振れ幅で表され、収益率の分散または標準偏差で定義されます（用語の数学的な定義についてはやはり（*注1）を参照して下さい）。

ここでもう一つのB社の収益率を例とします。

（表2）景気状態とA社とB社の株価

1年後の景気の状態	生起確率	A社の収益率 (%)	B社の収益率 (%)
好況	0.25	15	54
普通	0.5	6	21.6
不況	0.25	-3	-10.8

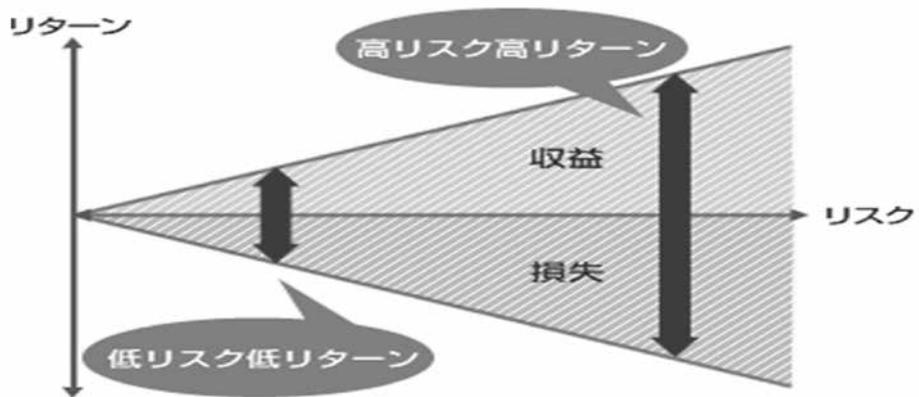
A社と同様にB社のリターンとリスクも計算しますと、

リターン = 期待収益率 = 21.6

リスク = 分散 = 524.9 標準偏差 = 22.9

上記からA社のリターンは6%、標準偏差は6.4%、B社のリターンは21.6%、標準偏差は22.9%になって、相対的にA社がローリスク・ローリターン、B社はハイリスク・ハイリターンとなっています。一般的なイメージ的として「(図1) リスクとリターン」のように「リスクが大きいものほど、リターンが大きい（ハイリスク・ハイリターン）」「リスクが小さいものほど、リターンが小さい（ローリスク・ローリターン）」という傾向があります。

（図1）リスクとリターン



(2) リスクの質的分類

リスクについては、さまざまな用語が局面ごとに異なる意味で使用されていますので、注意が必要です。以下では一般的な概念をお話します。

- ① 信用リスクは、各商品の発行体がデフォルトするリスクで、すべての商品にこのリスクは発生します。
- ② 価格変動リスクは通常は信用リスクを除いた、価格が変動するリスクです。市場リスクと言われることが多いようです。以下のリスクのすべては結果としては価格変動リスク (=市場リスク) になります。しかし信用状態が悪化した場合も、価格は低下しますので、信用リスクも含んだ広い意味で使われる場合もあります。

- ③ 金利リスクは、金利が変動することによって価格が変動するリスクです。債券の場合は当然ですが、株式でも発生します。ただし株価の変動の内、どの部分が金利リスクかを特定することは難しいでしょう。
- ④ 為替リスクは、為替相場が変動することによって、価格が変動するリスクです。価格変動リスクの一部と考えられます。信用リスクとは通常時は、区分されると思われますが、下記のカントリーリスク発生の場合は、その国の通貨の価値も低下しますので信用リスクと同時発生し、価格変動リスクとなります。
- ⑤ カントリーリスクは、投資した商品の発行体の属する国の信用状態によって発生するリスクです。上記のようにリスクを厳密にカテゴライズすることは、なかなか困難と言えます。

(3) 流動性と価格の透明性

リスク資産に投資するときは、当然、リターンと各種のリスクによって判断するということになりませんが、上記以外にも考慮しなければならないことがあります。以下をリスクに含める考え方もありますが、ここではいわゆるリスクとは別の留意点として敢えてお話しします。

一つはその資産の流動性です。投資家が換金したいときに、簡単に売れるか（あるいは買いたいときにすぐに購入できるか）ということです。価格が下がったか上がったかは別にして、いつでも売りたいときに売れるかどうかという点は重要です。換金するのに時間がかかる（すぐに売れない）商品は、流動性に劣ることになります。資金が固定化してしまうリスクは常に認識しておく必要があります。

さらに申し上げれば、その商品価格の一部の支払いで商品が購入できるか（いわゆる信用買いや、証拠金制度等の存在）、あるいは保有していない商品を売却することが可能か（いわゆる空売り、先物では売建て）と言うことも、流動性の判断の一つになります。また売値（オファー）と買値（ビッド）の価格差も問題になります。たとえいつでも売買できるとしてもその価格差が大きいと流動性が高いとは言えません。

もう一つは、**価格の透明性**です。たとえ、売却が可能だとしても、その価格を他の業者と比較できるか、売買状況の売値と買値が確認できるかということも、重要です。投資家には通常は最良執行義務がありますから、説明責任の面からもこのことは疎かにできません。取引形態が、取引所取引、店頭取引、相対取引のいずれなのかによっても左右されます。一般的には、透明性は上記の順に高いと思われれます。

(4) 無リスク資産を前提とした現在価値とリスクプレミアム

ここでは、簡単にではありますが、現在価値についてお話ししたいと思います。

時間とお金の価値のお話しをします。皆さんは今日の百万円と1年後の百万円にどちらが価値があると思いますか？当然、今の百万円ですよ？（と今までは言えたのですが、マイナス金利の世界となって単純にこの様に言えなくなってしまいました。ここでは金利はマイナスではなくプラスであり、かつ後でお話しする無リスク資産を前提としてお話しします）。

今、1年の無リスク金利（預金金利とします）が2%と仮定しましょう（今ではとても高いという印象ですね！）

その時、①現在の百万円の1年後の価値は百万円×1.02 = 1,020,000円となります。逆に、②1年後の百万円の現在の価値は980,400円（百万円÷1.02 = 980,400円）となります。

この時、①の場合の百万円、②の場合の980,400円を現在価値、①の場合の1,020,000円、②の場合の百万円を将来価値と言います。

この場合の $1 \div 1.02 = 0.9804$ を割引係数（ディスカウントファクター）、2%を割引率（スポットレート）と言います。

ここではこれ以上は踏み込みませんが、この件についての詳しい説明は、別のシリーズである「**金融商品情報(一口知識)(1) スポットレートとディスカウントファクター**」(*注3)をご覧ください。

次に、無リスク資産を定義します。このような資産はさっきお話した信用リスクを厳密に考慮すれば実際には存在せず、理論上の存在ではありますが、ここではその件には踏み込まず、確定的なキャッシュフローを持つ資産とします。

無リスク資産は、確定された収益率 r_f を持っていますので、リターンは r_f 、分散は0となりますから、リスクは0です。 r_f はリスクフリーレートと言われます。

ここで $r_f = 2\%$ として、以下の2つの投資機会を考えます。

投資Ⅰ：1年後に確実に百万円がもらえる。

投資Ⅱ：コインを投げて表ならば1年後に2百万円得られるが、裏ならば何も得られない。

ランダムにコインを投げた場合、投資Ⅱの期待収益の現在価値は $\frac{1}{1+0.02}(2 \text{ 百万} \times 0.5 + 0 \times 0.5) \approx 98 \text{ 万円}$ であり、これは投資Ⅰの収益の現在価値(百万円 / 1.02 $\approx 98 \text{ 万円}$)と同じです。

ではどちらの投資機会が魅力的でしょうか？

リターンは同じでも、リスク(不確実性)が投資Ⅱにはあります。したがって、確実に百万円が得られる投資Ⅰが選好されます。

さて、それでは投資家に投資Ⅱを選好させるにはどうしたらいいでしょうか？ここで、コインが表なら2.2百万円以上もらえるとしたら、投資家は投資Ⅱを選好するとします。

このばあいは投資Ⅱの期待収益の現在価値は $2.2 \text{ 百万円} \times 0.5 + \frac{1}{1+r}$

$0 \times 0.5 = 1.1 \text{ 百万円}$ ですから、投資Ⅰと等しくさせる割引係数 =

は、 $\frac{1}{1+r}(2.2 \text{ 百万} \times 0.5 + 0 \times 0.5) \approx 98 \text{ 万円}$ を満たす 0.89091 で、割引率 $r=0.122$ となります。

この割引率をリスク調整済割引率と言います。そして $12.2\% - 2\% = 10.2\%$ がリスクプレミアムです。

リスクフリー割引率 (rf) + リスクプレミアム

$$= \text{リスク調整済割引率 (r)} \cdots \cdots A-(2)-1$$

となります。

そしてリスク資産の期待収益1.1百万円の確実性等価は1百万円であるといい、このような考え方を確実性等価原理と言います。リスク資産の期待収益はリスクプレミアムを加算した高いリスク調整済割引率で割引しなければならず、確実性等価は期待収益より必ず小さい数字になるということです。

確実性等価 / (1 + リスクフリー割引率 (rf))

$$= \text{リスク資産期待収益} / (1 + \text{リスク調整済割引率 (r)}) \cdots \cdots A-(2)-2$$

「はじめに」でもお話したように、不確実性のある対象についてはリスクプレミアムが要求され、時間については将来のキャッシュフローは現在価値に換算されるという手法です。この2段階を経ないとリスク資産の期待収益の真の現在価値は算出されないと考えます。

B. ポートフォリオ選択理論

(1) 平均・分散モデル

現代ポートフォリオ理論では、各リスク資産の収益率は確率変数となり、収益率の期待値（リターン）と、分散または標準偏差（リスク）は既知とされています（したがって、また確率変数の変動は正規分布することが仮定されていることとなります）。

さらに各資産の相関係数も一定値に定まることとなります。というのは、リスク資産の収益率の相関係数は各資産の期待値と分散から計算されるからです（この計算式等は、「**簡単数学解説 I**」（*注1 前出）の P.8～9 をご覧下さい）。この収益率の平均（リターン）と、分散（リスク）の2つのパラメーターによって、投資対象が決定されるという意味で画期的なこの考え方は、1950年にマーコヴィッツによって考え出されたものであり、「マーコヴィッツの平均分散アプローチ」と言われています。

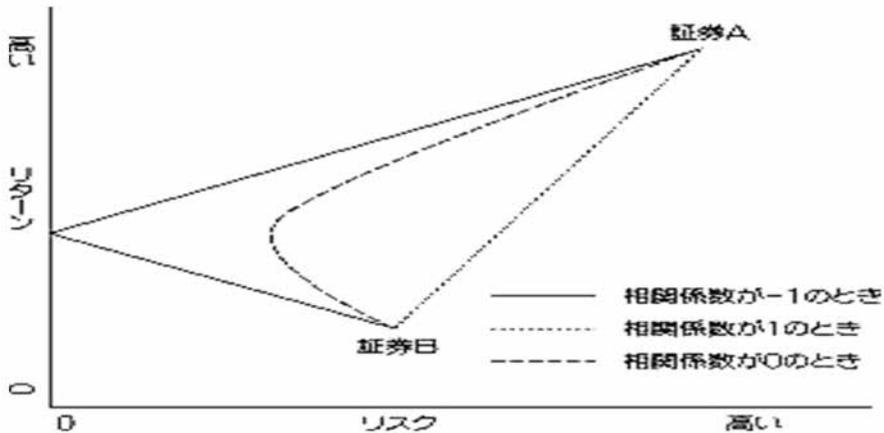
ただし、このモデルでは投資家が有効フロンティアのどの点（ポートフォリオ＝リスク資産の組み合わせ）に投資するかは投資家の効用関数によって決まるので、ユニーク（一意的）には決まらないのです。このことは、後の資本市場線のところで再度お話しします。

このモデルでは、マーコヴィッツは1990年にノーベル経済学賞を受賞しました。経済学が実際の世界で実用化された数少ない例（もう一つ偉大かつ実用化されたな発見の一つは「ブラック・ショールズモデル」だと思いますが）の一つです。なお受賞までに時間が空いているのは、実用化のための各資産の標準偏差、相関係数等の算出が、近年の計算機の発達によって初めて可能になったことによります。

(2) 分散投資の効果

以下では、さまざまな資産の組み合わせ（いわゆるポートフォリオ）を考えます。リスク資産が複数以上であると、分散投資の効果によってリスクは減少すると考えます（*注4）。

（図2）分散投資と相関係数



例えば2つのリスク資産の組み合わせを考えましょう。第1の資産A(証券A)と第2の資産B(証券B)に投資した場合、イメージ的には「(図2) 分散投資と相関係数」のようになります。この時、この2つの資産の収益率の関係性が全く同じように動くか(相関係数=1)、全く逆に動くか(相関係数=-1)か、その中間か(-1<相関係数<1)によって効果が大きく異なります。

相関係数=-1であれば、「(図2) 分散投資と相関係数」の縦軸上の点のようにリスクをゼロとすることも可能です。

以上のことを、最初に実際の例で、そのあと一般的な方法でお話ししましょう。

(分散投資の効果 実際の例)

まず、3 ページの (表 2) を再掲します。

(表 2) A 社と B 社の収益率

1 年後の景気の状態	生起確率	A 社の収益率 (%)	B 社の収益率 (%)
好況	0.25	15	54
普通	0.5	6	21.6
不況	0.25	-3	-10.8

A 社の期待収益率 = 6、標準偏差 = 6.4

B 社の期待収益率 = 21.6、標準偏差 = 22.9 でした。

この 2 社の共分散 (=Cov(A,B)) を求めます。共分散は次のように計算します。

生起確率 × {(個々の A) - A の平均} × {(個々の B) - B の平均}

A・B 社の数字をあてはめると、

$$\begin{aligned} \text{共分散} &= 0.25 \times (5 - 6) \times (54 - 21.6) + 0.5 \times (6 - 6) \times (21.6 - 21.6) + 0.25 \times (-3 - 6) \times (-10.8 - 21.6) \\ &= 145.8 = \text{Cov}(A, B) \end{aligned}$$

この 2 資産 A, B の相関係数 (=ρ(A, B)) は下記で定義されます。

$$\rho(A, B) = \frac{\text{Cov}(A, B)}{\sigma_A \sigma_B}$$

数字をあてはめると

$$\rho(A, B) = 145.8 \div (6.4 \times 22.9) = 0.994$$

A, B 社に 50% ずつ投資した場合のポートフォリオを p としますと、

ポートフォリオの期待収益率 μ_p は

$$\mu_p = 0.5 \times 6 + 0.5 \times 21.6 = 13.8、$$

標準偏差は σ_p として、分散 σ_p^2 は

$$\sigma_p^2 = 0.5^2 \times 6.4^2 + 0.5^2 \times 22.9^2 + 2 \times 0.5 \times 0.5 \times 145.8 = 208.10$$

ですので、 $\sigma_p = \sqrt{208.10} = 14.43$

ポートフォリオの期待収益率は A, B 株の平均である 13.8% ですが、リスク (= 標準偏差) は A, B 株の平均 14.65% を下回りました。これが分散投資効果なのですが、0.22% の低下は小さいとも思えます。

これは、さっきの相関係数が 0.994 とかなり 1 に近い (相関係数は -1 ~ 1 の間の値をとりますから)、かなり相関が高く分散投資効果は限られたということなのでしょう。式の導出も含めて、再度この後で一般化した形で方法をお話しします。

(分散投資の効果 一般例)

資産 A の収益率 a は、期待収益率が μ_A 、標準偏差を σ_A とする確率分布、第 2 の資産 B の収益率 b は期待収益率が μ_B 、標準偏差を σ_B にそれぞれ従うとします (ということはこれらの確率分布は正規分布等に従うということを暗黙の内に仮定しています)

ここで、資産 A と資産 B を比率 ($1 \leq w \leq 1$) と $(1 - w)$ で組み合わせたポートフォリオ P を考え、その収益率を p とします。

$$p = wa + (1-w)b \cdots \cdots \cdots B-(2)-1$$

この時のポートフォリオの期待収益 μ_p は

$$\begin{aligned} \mu_p &= wE(A) + (1-w)E(B) \\ &= w\mu_A + (1-w)\mu_B \cdots \cdots \cdots B-(2)-2 \end{aligned}$$

となって、ポートフォリオの収益率 μ_p は、 μ_A と μ_B の加重平均となります。

次にポートフォリオの収益率の分散 σ_p^2 は

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= E(p - \mu_p)^2 \\ &= E[wa + (1-w)b - w\mu_A - (1-w)\mu_B]^2 \\ &= E[w(a - \mu_A) + (1-w)(b - \mu_B)]^2 \\ &= w^2E(a - \mu_A)^2 + (1-w)^2E(b - \mu_B)^2 \\ &\quad + 2w(1-w)E[(a - \mu_A)(b - \mu_B)] \\ &= w^2\sigma_A^2 + (1-w)^2\sigma_B^2 + 2w(1-w)\text{Cov}(A, B) \cdots \cdots B-(2)-3 \end{aligned}$$

となります。

「(図2) 分散投資と相関係数」のように、横軸に σ_p 、縦軸に μ_p 、をとった平面を考えて組合せ比率 w をある値に定めると、B-(2)-1 式と B-(2)-2 式から σ_p と μ_p を計算することができますから、この平面上の一点が定まります。

そして、パラメーター w を変化させると証券 A と証券 B を結ぶ相関係数ごとの直線または曲線が描かれ、実現可能なポートフォリオの μ_p と σ_p の組み合わせを表しています。この曲線（直線）は機会曲線と呼ばれます。

B-(2)-2 式には、第3項 $2w(1-w)E[(a - \mu_A)(b - \mu_B)]$ が含まれています。ここで共分散 σ_{AB} と先ほど出てきた相関係数 ρ_{AB} をきちんと定義しましょう。

$$\begin{aligned} \sigma_{AB} &= E[(a - \mu_A)(b - \mu_B)] = \text{Cov}(A, B) = \rho_{AB}\sigma_A\sigma_B \\ \text{つまり、} \end{aligned}$$

$$\rho_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A\sigma_B} \cdots \cdots \cdots B-(2)-4$$

ですので、

B-(2)-4 式を使って B-(2)-3 式を書き直しますと、

$$\sigma_p^2 = w^2\sigma_A^2 + (1-w)^2\sigma_B^2 + 2w(1-w)\rho_{AB}\sigma_A\sigma_B \cdots \cdots \cdots B-(2)-5$$

となります。

(分散投資によるリスクの減少の確認)

パラメーター w を変化させたとき、38 ページの B-(2)-3 式で表されるポートフォリオの標準偏差 σ_p がどう動くかを、「(図2) 分散投資と相関係数」を見ながら再確認しましょう（以下では $\sigma_A > \sigma_B$ を仮定します）。

① 完全相関の場合

$$\begin{aligned} \rho_{AB} &= 1 \text{ ですので、} \\ \sigma_p^2 &= w^2\sigma_A^2 + (1-w)^2\sigma_B^2 + 2w(1-w)E[(a - \mu_A)(b - \mu_B)] \end{aligned}$$

上記の B-(2)-4 式を使って

$$\begin{aligned} &= w^2\sigma_A^2 + (1-w)^2\sigma_B^2 + 2w(1-w)\sigma_A\sigma_B \\ &= [w\sigma_A + (1-w)\sigma_B]^2 \end{aligned}$$

この場合には、ポートフォリオの収益率の標準偏差 σ_p は、構成する各資産の収益率の標準偏差 σ_A 、 σ_B

の加重平均になっています。「(図2) 分散投資と相関係数」の証券Aと証券Bを結ぶ右側の直線が完全相関の場合になります。

② 完全な逆相関の場合

$P_{AB} = -1$ ですので、

$$\sigma_p^2 = w^2\sigma_A^2 + (1-w)^2\sigma_B^2 + 2w(1-w)E[(a-\mu_A)(b-\mu_B)]$$

① と同じく8ページのB-(2)-4式を使って

$$= w^2\sigma_A^2 + (1-w)^2\sigma_B^2 - 2w(1-w)\sigma_A\sigma_B$$

$$= [w\sigma_A - (1-w)\sigma_B]^2$$

つまりこの場合には、 σ_p は σ_A 、 σ_B にウエイトをつけて差をとり、その絶対値をとることで求められます。

「(図2) 分散投資と相関係数」の左側の折れ線が完全逆相関の場合で、 $w = \frac{\sigma_B}{\sigma_A + \sigma_B}$ の時に σ_p はゼロとなってリスクを除去することが可能となります。

③ 無相関の場合

$P_{AB} = 0$ ですから

$$\sigma_p^2 = w^2\sigma_A^2 + (1-w)^2\sigma_B^2 + 2w(1-w)E[(a-\mu_A)(b-\mu_B)]$$

① と同じく8ページのB-(2)-4式を使って

$$= w^2\sigma_A^2 + (1-w)^2\sigma_B^2$$

$$= [w\sigma_A + (1-w)\sigma_B]^2 - 2w(1-w)\sigma_A\sigma_B$$

2つの資産が無相関であっても、ポートフォリオの収益率の標準偏差は、①の完全相関の場合を除き、それぞれの資産の収益率の標準偏差の加重平均より小さい（①の場合は同じ）値になります。

これこそが分散投資の利益です。「(図2) 分散投資と相関係数」では真ん中の曲線になります。この様に適切な組み合わせを行えば、ポートフォリオの標準偏差を各資産の標準偏差の平均値より小さい値にすることが可能なのです。

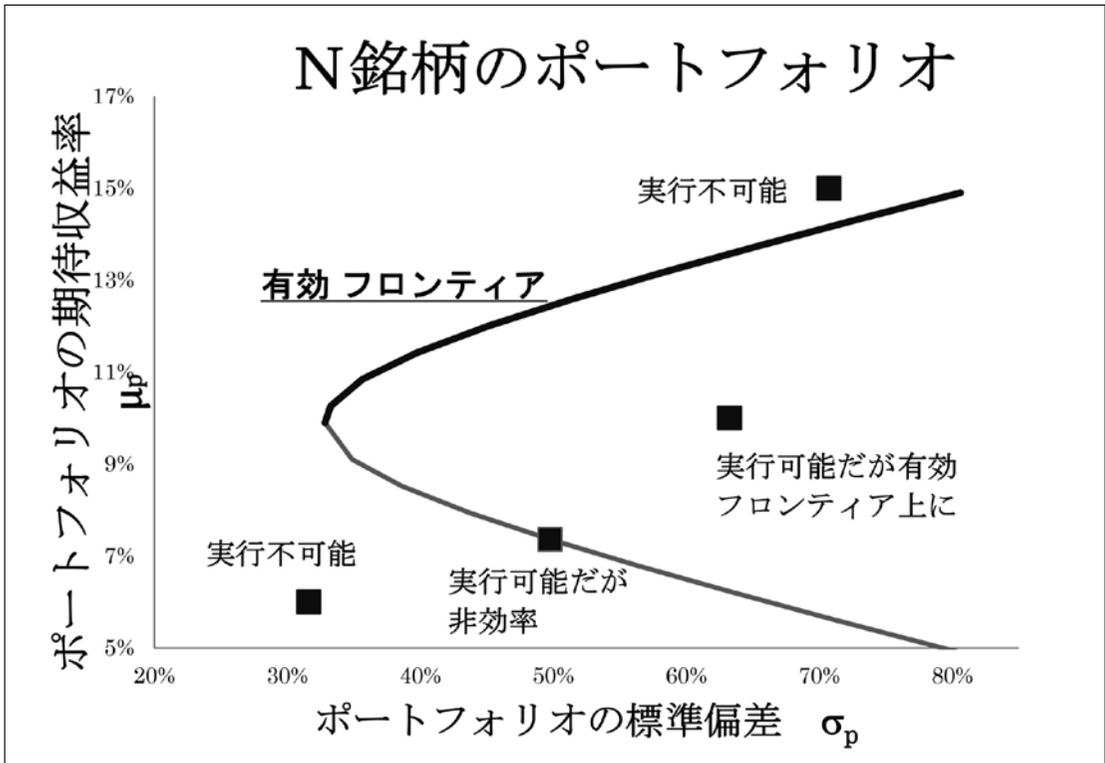
(3) 最小分散ポートフォリオの導出

「(図2) 分散投資と相関係数」での真ん中の双曲線は証券A、証券Bの2銘柄の場合でしたが、銘柄数が増えてN銘柄となっても同じような形の双曲線となります。

市場で取引されている全リスク資産の期待収益率（リターン）と標準偏差（リスク）、及び全相互間の相関係数が完全に分っているとします（そんなことはあるわけではないのですが、そういう仮定とします）。

この時、「(図3) N銘柄のポートフォリオ」のような曲線を描くことができ、これを有効フロンティアと呼びます。有効というのは、この曲線上の点はそのリスク（横軸）において得ることのできる最大のリターン（縦軸）を示しているからです。

(図3) N銘柄のポートフォリオ



(出所)「ファイナンシャルモデリング 第9章 P.217の図を当方が一部修正

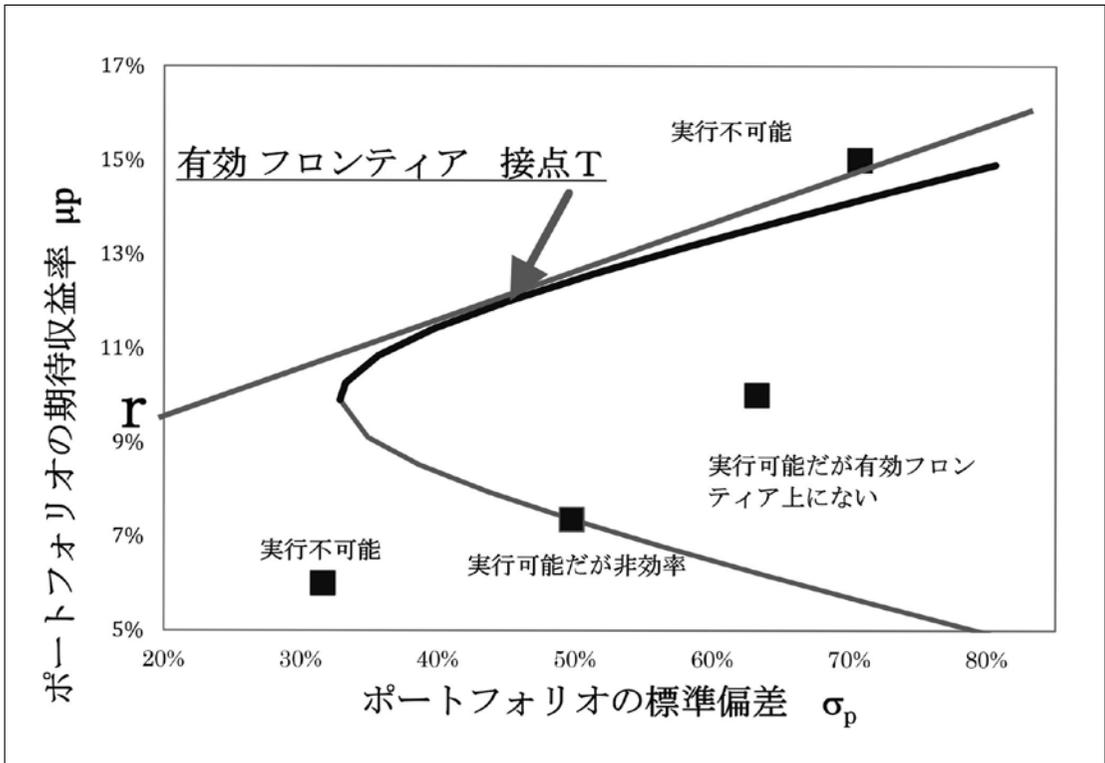
この双曲線の内側のポートフォリオにおいては、同じリスクならより大きなリターンまたは同じリターンならよりリスクの小さいポートフォリオが有効フロンティア上に存在します。また双曲線の突端より下側の双曲線部分では、同じリスクならよりリターンの大きいポートフォリオが存在します。

従って、無数にあるリスク資産の組み合わせの中で、有効フロンティア上のポートフォリオだけが合理的です。これが「B. ポートフォリオ選択理論 (1) 平均・分散モデル」の6ページでお話したマーコヴィッツの平均分散アプローチによる有効フロンティアです。

ただし、この有効フロンティアはある一人のリスク回避的な(*注5)投資家にしか適合しません。なぜなら各投資家ごとに、各リスク資産について予想する期待収益率(リターン)、標準偏差(リスク)、各銘柄間の全相関係数が異なるからです。

また、その投資家が有効フロンティア上のどのポートフォリオを選択するかは、リスクとリターンについての選好と要求リターンの大きさによって決まります。

(図4) 接点ポートフォリオ



(出所)「ファイナンシャルモデリング」第9章 P.217 の図を基に当方が作成

ここで、「A. リスクとリスクプレミアム (4) 無リスク資産を前提とした現在価値とリスクプレミアム」の P.4 で定義した「無リスク資産」の概念を導入します。

〔図4〕接点ポートフォリオ〕を見て下さい。この資産の無リスク利率 r を縦軸にとり、ここから有効フロンティアに接線 rT を引きます。無リスク利率で自由に資金の貸借ができると仮定すると、効率的フロンティアはこの直線上のどこかになります。

元の曲線よりも直線の方が同じリスクでより高いリターンをもたらすからです（接点 T 上では同リスク同リターン）。

リスク許容度が低い投資家は、無リスク利率 r と接点ポートフォリオ T の間、つまり一部をリスク資産で残りを無リスク資産で運用するポートフォリオを選ぶでしょう。一方リスク許容度の高い投資家は接点ポートフォリオ T から右上に伸びる直線上のポートフォリオを選びます。このポートフォリオは無リスク利率で借金をして、その資金でリスク資産を買い増すというレバレッジを活かしたポートフォリオを意味します。 r が縦軸にあるのは、無リスク資産はリスクが 0 ですので、標準偏差も当然ゼロだからです。

投資家が、接線（新たな有効フロンティア）上のどのポートフォリオを選んでも、リスク資産の組み合わせは接点ポートフォリオと同じということになります。なぜなら、資本市場線上のすべての点は、旧の有効フロンティア曲線より高い条件を持っているからです（同じリスクなら高いリターン、同じリターンなら低いリスクを持っていることはおわかりですね！）。

平均アプローチでは投資家の効用関数によってリスク資産の組合せが異なりましたが、無リスク利子率による貸借を導入することにより、リスク資産の選択は接点ポートフォリオになります。これを「2資産分離定理」と言います。すべての投資家が選好するリスク資産のポートフォリオは(投資家毎には)ユニーク(一意的)に決まるわけです。ただし、ここでは無リスク資産は同じですが、各投資家の有効フロンティアは、P.10でお話したように全て異なりますので、接点ポートフォリオも全て異なります。

(接点ポートフォリオを特定する実例)

ここから、やや(相当?)退屈な式が続きますが、我慢して読んで下さい。

上記の2銘柄の株式からなるポートフォリオについては、2銘柄の組入比率 w と相関係数を一定とした場合は、「(図2)分散投資と相関係数」において、リスクとリターンの組合せは一つしかありません。

ここで「無リスク資産」(が存在するとして)を投資対象に加えます。無リスク資産のリターンは事前に確定していて、常数 r とします。常数 r は分散を持たないので、リスクはゼロです。

無リスク資産 R の投資比率を w_R 、株式 A 、 B の投資比率をそれぞれ w_A 、 w_B としますと、

$$w_R + w_A + w_B = 1 \dots\dots\dots B-(3)-1$$

となります。

また無リスク資産 R と株式 A の共分散は、

$$\sigma_{RA} = E[(r - r)(a - \mu_A)] = \text{Cov}(R, A) = 0$$

が成立します。株式 B についても同じです。

株式2銘柄と無リスク資産のポートフォリオの収益率 μ_p は、

「(2)分散投資の効果」のときと同じく、 r と μ_A と μ_B の加重平均となります。

$$\mu_p = w_R r + w_A \mu_A + w_B \mu_B \dots\dots\dots B-(3)-2$$

また、ポートフォリオの収益率の分散 σ_p^2 は、 r の分散がゼロですから、「(2)分散投資の効果」の計算結果から

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB} \dots\dots\dots B-(3)-3$$

となります。

このポートフォリオにおいて、投資家の要求リターン μ を満たす最小分散ポートフォリオを求めます。つまり、分散が最小となる投資比率 w_R 、 w_A 、 w_B を決定します。

形式ばって整理しますと、

目的関数 $\text{mim}(w_R, w_A, w_B) \quad w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \sigma_{AB}$

制約式 $w_R r + w_A \mu_A + w_B \mu_B = \mu$

$$w_R + w_A + w_B = 1$$

となります。

制約式から、いったん w_R を消去します (w_A 、 w_B を求めて、後から w_R を決定します)。

$$w_A(\mu_A - r) + w_B(\mu_B - r) = \mu - r$$

制約式は一つだけとなり、変数は w_A 、 w_B の2つです。

上式を w_B について説くと

$$w_B = -\frac{\mu_A - r}{\mu_B - r} w_A + \frac{\mu - r}{\mu_B - r}$$

煩雑なので、 $C = \frac{\mu_A - r}{\mu_B - r}$ 、 $D = \frac{\mu - r}{\mu_B - r}$ において、

$W_B=CW_A+D$ を、目的関数に代入すると、制約のない1変数の最小化問題

$\min(w_R, w_A, w_B) \quad w_A^2\sigma_A^2+(CW_A+D)^2\sigma_B^2+2w_A(CW_A+D)\sigma_{AB}$
となります。

目的関数は2次関数なので、その最小解は微分して0と置くことで得られます。

$$2w_A\sigma_A^2+C(CW_A+D)^2\sigma_B^2+2(2CW_A+D)\sigma_{AB}=0$$

上式に $w_B=CW_A+D$ を再度代入します。

$$w_A\sigma_A^2+C(w_B\sigma_B^2+w_A\sigma_{AB})+w_B\sigma_{AB}=0$$

この式は目的関数の最小化と同じ意味を持っていますので

最小分散投資比率 w_R, w_A, w_B は下記の3元連立方程式の解となることになります。

$$\begin{cases} W_R r + w_A \mu_A + w_B \mu_B = \mu \\ w_R + w_A + w_B = 1 \\ w_A \sigma_A^2 + C(w_B \sigma_B^2 + w_A \sigma_{AB}) + w_B \sigma_{AB} = 0, \end{cases}$$

上式の解はすぐ得られるのですが、複雑な形となって実用にはあまり役に立たないので、実際の例で以下はお話します。

(数値例)

株式A $\mu_A=8\%, \sigma_A=0.2$ 株式B $\mu_B=4\%, \sigma_B=0.1$ $\rho_{AB}=-0.5$ 、無リスク資産R $r=3\%$ この時に、要求リターン $\mu=5\%$ とする最小分散ポートフォリオを求めてみます。

$$\mu_p = w_R r + w_A \mu_A + w_B \mu_B$$

ですから、 $\mu_p = 3w_R + 8w_A + 4w_B = 5 \dots \dots \dots$ B-(3)-4

また、 $w_R + w_A + w_B = 1 \dots \dots \dots$ B-(3)-5

$$\sigma_p^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B$$

を最小化するのですから、

$$\sigma_p^2 = (0.2)^2 w_A^2 + (0.1)^2 w_B^2 + 2(-0.5)(0.2)(0.1) w_A w_B \text{ ですから}$$

$$4w_A^2 + w_B^2 - 2w_A w_B \dots \dots \dots$$
 B-(3)-6

を最小化すればいいわけです。

B-(3)-5から $w_R = 1 - w_A - w_B$ をB-(3)-4に代入すると、

$$3(1 - w_A - w_B) + 8w_A + 4w_B = 5 \text{ なので、}$$

$w_B = 2 - 5w_A \dots \dots \dots$ B-(3)-7となりますから、これをB-(3)-6に代入します。

$4w_A^2 + (2 - 5w_A)^2 - 2w_A(2 - 5w_A)$ を整理して、 $39w_A^2 - 4w_A + 4$ を最小化します。

微分して0と置けば、 $68w_A - 4 = 0$ なので、 σ_p^2 は、 $w_A = 4/13$ のときに最小となります。

B-(3)-5、B-(3)-7から、 $w_R = 3/13, w_B = 6/13$ を得ます。

この場合は株式は2銘柄、言い換えればリスク資産は2つだけでしたが、これはN資産になっても同じです。要は各資産の期待収益率と標準偏差が特定できて、相関係数がわかれば、リスク資産も含めた各資産の最適投資比率は、理論上は特定できます(接戦上のどこを選択するかを決めるためには、投資家のリスク許容度(分散の最高値)、要求リターン、リスク資産の最高投資比率等、選好によってどれか1条件の特定は必要ですが)。

ただ、実務上はこの方法は、事実上適用困難なのですが、このお話は「D. 現代ポートフォリオ理論とCAPMの問題点」で改めてお話しします。

C. 資本資産評価モデル

資本資産評価モデル(Capital Asset Pricing Model:CAPM)は、株価(ここではリスク資産を株式に限っておきますが、実はこの前提は正しくないのです。この件は「D. 現代ポートフォリオ理論とCAPMの問題点」でお話しします)の均衡状態での価格についての理論です。「なんでわざわざこんなことを言うのかな?」とお思いでしょうが、その理由は後でお分かりになると思います。

(1) 前提とされていた別の強い仮定

CAPMでは、均衡価格についてお話しするため、とんでもない強い仮定をおくのですが、その前に今までのお話のなかでも前提としてきたいいくつかの仮定について、ここで整理しておきます。

[投資行動] 各リスク資産の収益率は確率変数となり、全ての投資家にとって、収益率の期待値をリターンとし、分散(または標準偏差)をリスクとして、リスク回避的に行動する(したがって確率変数の変動は正規分布することが仮定されている)。

[完全市場] 投資家の個々の行動は、市場価格に影響を与えず、証券は無限に分割可能である。取引にかかわる税金、コスト等は存在せず、空売り(*注6)も可能で証券市場は完全な流動性を持つ。

[無リスク資産] すべての投資家は無リスク利率で希望するだけ借入、貸付が可能である。

(2) さらに強い仮定に支えられたCAPM

さらに、CAPMでは市場の均衡を実現するため、次の強い仮定を置きます。

[期待の同質性] すべての投資家は、各資産の期待収益率と分散(標準偏差)、および資産間の相関について、同一の予測をする。

以下では、CAPMの結論に至るまでの考え方についてお話しします。

各資産の期待収益率(リターン)と共通の分散(標準偏差=リスク)を予想するので、すべての投資家は同じ共通の有効フロンティアを持ちます(いくら何でも、そんなことがあるはずがないと思いますが、その仮定で話が進みますので、とにかくそう言うことにしておきます)。

P.39の「(3) 最小分散ポートフォリオの導出」でお話した投資家一人ひとりの有効フロンティアは、この過程によって全て同じものとなるのです。さらに同じ無リスク利率 r で、お金の貸借が可能ですので、有効フロンティアへの接線も、接点も同じになります。

投資家はそれぞれの選好で、この接線上のポートフォリオのある点を選び、安全資産とリスク資産を組み合わせます。ただし、リスク資産の内容は全く同じで接点ポートフォリオになります。

全ての投資家が要求リターンは異なるものの、全員が(個々には異なりますが)ある投資比率で接点ポートフォリオを保有したいと考えます。

需要がすべて満たされた状態が市場の均衡になるので、均衡においては、すべての投資家が接点ポートフォリオを保有し、それ以上の証券を取引する動機はなくなります。

均衡では需要と供給が一致していなければなりません。供給されている株式すべてが、接点ポートフォリオとして需要されましたから、個々の投資家のポートフォリオは全ての発行された銘柄の証券が(現在の時価ベースの)発行比率と同じ比率で含まれています。

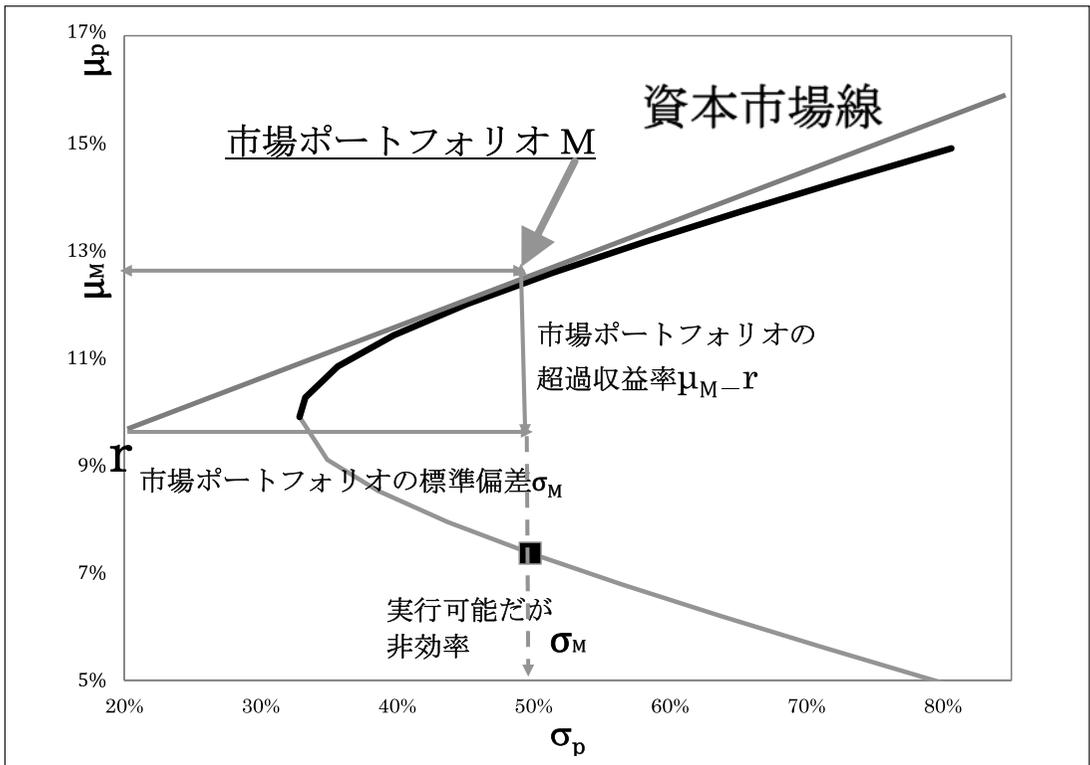
接点ポートフォリオは、市場に供給されているすべての株式を実際に存在する時価比率で比例的に小型化した市場ポートフォリオとなります。均衡状態においては、接点ポートフォリオは有効フロンティ

ア上の市場ポートフォリオに一致するのです。
 これが、CAPMの第一定理です。

上記の4つを仮定した場合、全ての投資家は、無リスク証券と市場ポートフォリオを組み合わせたポートフォリオを保有します。保有割合は、各投資家の選好によって決まりますが、全ての投資家の最適ポートフォリオは無リスク証券と市場ポートフォリオを結ぶ直線上に存在します。

「(図5) 資本市場線」では、Mとrを結んだ直線です。ここでは、市場ポートフォリオMを超えて直線が伸びていますが、これは「空売り」(*注6 前出)が許されているからです(無リスク証券を空売りした資金で、市場ポートフォリオを多く購入しています)。P.41の言い方をすれば(同じことですが)、無リスク利率で借金をしてその資金で市場ポートフォリオを買い増しています。

(図5) 資本市場線



(出所)「ファイナンシャルモデリング」第9章 P.217の図を基に当方が作成

この直線を、資本市場線と言います。この直線の切片はrで、傾きは $\frac{\mu_M - r}{\sigma_M}$ ですので、数式は

$$\mu_P = r + (\mu_M - r) \frac{\sigma_P}{\sigma_M} \dots \dots \dots C-(2)-1$$

となります。ここで μ_M と σ_M は市場ポートフォリオ M のリターンとリスク、 μ_P と σ_P は資本市場線上のポートフォリオ P のリターンとリスクを表しています。rは無リスク証券(リスクが0)のリターンです。

$\mu_M > r$ なので、資本市場線は右上がりの直線です ($\mu_M \leq r$ だと、リスクが0の無リスク証券のリターンのほうが、市場ポートフォリオのリターンと同じかより大きくなってしまい、全ての投資が無リスク証券を全額保有して、市場ポートフォリオの需要は0になりますから、議論が成り立たないことになります。当然ですよ!)。

「 $\mu_M - r$ 」は投資家がリスクをとる対価としてリスクフリーレートに対してどれだけの追加的な期待リターンを要求するかを意味しています。この部分は、「市場リスクプレミアム」または「超過収益率」と呼ばれます。

資本市場線の傾きを表す $\frac{\mu_M - r}{\sigma_M}$ は、超過リターンを市場ポートフォリオの標準偏差で割ったもので、標準偏差で測ったリスク1単位当たりどれだけ追加的な期待リターンを資本市場が要求しているかを示すものといえます。この比率は、リスクの市場価格と呼ばれます。

よって、資本市場線はポートフォリオの期待リターン = リスクフリーレート + リスクの市場価格 × リスク量を表しています。

投資家は自分の選好によって、資本市場線上のポートフォリオを保有します。資本市場線上の右上方向のポートフォリオは、左下方向のポートフォリオと比べてリスクもリターンも大きいポートフォリオです。これが金融工学のハイリスク・ハイリターンの原則です。

C-(2)-1式を変形すると次式が得られます。

$$\lambda = \frac{\mu_M - r}{\sigma_M} = \frac{\mu_P - r}{\sigma_P} \dots\dots\dots C-(2)-2$$

C-(2)-2式の右辺は、市場ポートフォリオの超過収益率 $\mu_M - r$ をリスク σ_M で割ったもので、単位リスク当たり超過収益率を示しています。

資本市場線上の全てのポートフォリオの単位当たり超過収益率は市場ポートフォリオのそれに等しいということを表しています。

CAPMでは上式の λ をリスクの市場価格と呼び、実務的には時価加重の平均株価指数（*注8）について収益率と分散を推定します。ただし、マーケットポートフォリオを平均株価指数で代替しているという問題点は、あとで指摘します。

(3) 市場ポートフォリオに対する個別証券のリスク量

C-(2)-1において、リスクフリーレートやリスクに市場価格に関しては、投資の対象がポートフォリオでも、個別証券のどちらでもそれによって影響は受けません。

ここで、個別証券のリスク量を考えます。市場ポートフォリオの標準偏差で測ったリスクに対する、個別証券を1単位増やした時の、市場ポートフォリオのリスク増加量を個別証券のリスク量とします。個別証券のリスクを市場ポートフォリオ M との関係性で考えます。

個別証券 A のリターンを μ_A 、今までのリスクの標準偏差を σ_A とすれば、市場ポートフォリオに対するリスク量は

個別証券のリスク = $\frac{\sigma_{AM}}{\sigma_M}$ で与えられます。

σ_{AM} は市場ポートフォリオ M と証券 A の共分散で、個別証券のリスクのうち、市場ポートフォリオとの共分散のみが問題にすべきリスクととらえます。

上記の個別証券のリスク指標を使って個別証券 A の期待リターンとリスクの関係式は、

$\mu_A =$ リスクフリーレート + リスクの市場価格 × リスク量

$$= r + \frac{\mu_M - r}{\sigma_M} \cdot \frac{\sigma_{AM}}{\sigma_M}$$

$$= r + \frac{\sigma_{AM}}{\sigma_M^2} (\mu_M - r)$$

ここで証券 A について、 $\beta_A = \frac{\sigma_{AM}}{\sigma_M^2}$ と置けば、

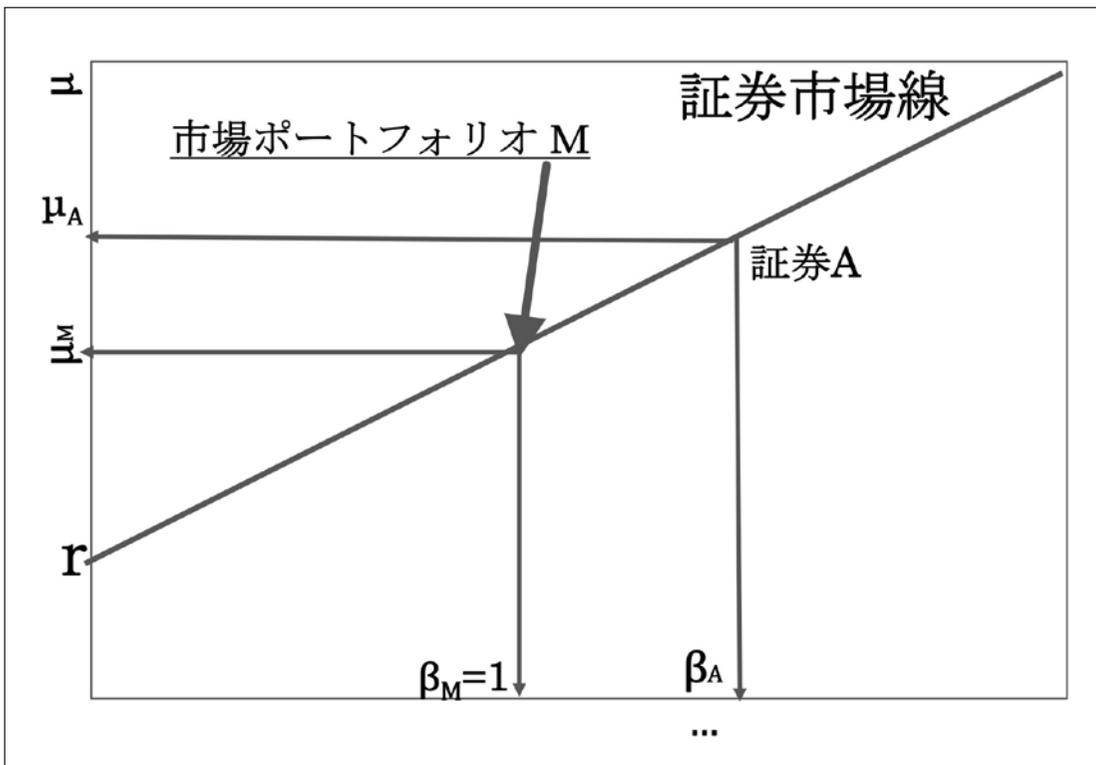
$$\mu_A = r + \beta_A (\mu_M - r) \dots\dots\dots C-(3)-1$$

この β_A を証券 A のベータと呼んで、証券 A の超過リターン $\mu_A - r$ は市場ポートフォリオの超過リターンの β_A 倍になっていることがわかります ($\mu_A - r = \beta_A(\mu_M - r)$ です)。

この C-(3)-1 式が、CAPM の第 2 定理で、証券市場線と呼ばれます。ベータは市場ポートフォリオ M の変動にたいする証券 A の感応度を意味しています。市場ポートフォリオ M のベータは、C-(3)-1 式 ($\mu_M = r + \beta_M(\mu_M - r)$) から 1 になります。

ベータが 1 を上回る株式は市場ポートフォリオより価格変動性が大きく、そのリスクに見合ってリターンも大きいということになります。1 を下回れば、市場ポートフォリオより価格変動性が小さく、そのリスクに見合ってリターンも小さいということになります。

(図 6) 証券市場線とベータ



(出所) 当方が作成

CAPM は、市場の完全性と投資家の同質性の仮定の下で、2つのことを主張しています。

第 1 定理は、接点ポートフォリオだけが合理的な証券の組み合わせであり、市場が均衡した状態では接点ポートフォリオは市場ポートフォリオに一致するという内容です。

第 2 定理は、市場が均衡している状態では、あらゆる証券が (図 4) の証券市場線上に価格付けされるという内容です。

あくまでも市場が均衡している状態という前提条件付きです。

D. 現代ポートフォリオ理論とCAPMの問題点

(1) 前提とされている強い仮定

〔C. 資産評価モデル〕でお話しした仮定について、再度確認します。

〔投資行動〕各リスク資産の収益率は確率変数となり、全ての投資家にとって、収益率の期待値をリターンとし、分散（または標準偏差）をリスクとして、リスク回避的に行動する（したがって確率変数の変動は正規分布することが仮定されている）。

〔完全市場〕投資家の個々の行動は、市場価格に影響を与えず、証券は無限に分割可能である。取引にかかわる税金、コスト等は存在せず、空売りも可能で証券市場は完全な流動性を持つ。

〔無リスク資産〕すべての投資家は無リスク利率で希望するだけ借入、貸付が可能である。

そして、CAPMが仮定するのが次の「期待の同質性」です。

〔期待の同質性〕すべての投資家は、証券のリスクとリターンに同じ予想をする（ということは、収益率の期待値と分散は既知ということになります。さらに各資産の相関係数も一定値に定まり既知ということになります）。

(2) 問題点

現実の市場では、完全市場の前提は明らかに成立していません。取引コストと税金の存在、会計制度、BIS規制、等の制度的要因、時価会計が完全には適用されない多くの投資家の存在を考慮すれば、少なくとも市場は完全には効率的ではないのは間違いありません。

さらにもう少し踏み込めば、リスクとリターンの関係に対して上記等の錯乱要因があって、市場のゆがみをもたらす、割安・割高な商品が時として存在するのです。

証券市場においても、通常時こそ流動性はそこそこありますが、金融危機の時に流動性の枯渇が発生したことは記憶に新しいところでしょう。

また、実際には信用リスクも考慮すれば、完全な無リスク資産は存在せず、希望するだけの資金を同じ金利での貸し借りなど不可能です。リスク資産の空売りは、非常に不完全にしかできません。

さらに、CAPMが前提とする市場ポートフォリオは、全てのリスク資産を含むもので、株式だけではなく、不動産も含まれるし、その他実物資産も含まれます。理論上の想像は可能でも、**現実には存在しません**（このことを最初に指摘した人名から「ロールの批判」と言われています）。

通常言われるインデックスファンドは上場されている株式のみを対象にしているだけですから、CAPMが想定する市場ポートフォリオでは決してないのです。例えば、市場ポートフォリオの代替としてTOPIXがよく使用されますが、正しいとは言えないのです。

リスク資産の収益率の標準偏差をリスクとみなすことは、その分布を正規分布と仮定することに他なりません。しかし、その変動は正規分布より、ずっとテイルが大きい（ファットテイル）な変動となっていることはよく知られています（*注7）。

実態に合わないことの極め付けは、将来の各資産のリターンとリスクなど不明なことです（つまり既知では全くなく、不明なのです）。過去の数字を把握することはできますが、それが将来に対して何の意味があるのでしょうか？過去の延長が将来に機械的に適用できるなら、運用に苦労はありません。CAPMには（理論的にはともかく）実務的には根底から無理があります。

実際は各種予想ないしは前提に基づき、数字を算定していますが、その作業そのものが市場予想にほかなりません。

同じことが相関係数にも言えて、一定を仮定していたのにもかかわらず、市場動向によってその数字が大きく変動してしまったのは、リーマンショック以降、多くの投資家が経験したことです。一般的に

は市場が危機的な時に相関係数が大きく上昇し、分散投資効果が消失することが知られています。

さらに、個別証券の β にも同じことが言えて、過去の β を計算することは一応可能ですが、将来の β など不明です。

またCAPMの前提とする仮定は大きい矛盾をはらんでいます。投資家が各リスク資産について同じリターンとリスクの予想をした場合は、各投資家のリスク資産と無リスク資産の比率を調整する場合を除き、売買が成立しません。なぜなら、株式を例にしますと同じ銘柄に同一の予想を持つのなら、全投資家はその銘柄は割安（あるいは割高）と判断するので、売りか買いのどちらかしかクオートされないことになります。CAPMでは、あくまでも「市場の需給が一致する市場均衡」の状態で接点ポートフォリオは市場ポートフォリオと一致し、当然均衡状態ですから売買は行われぬという形で逃げています。

しかし、市場では常に売買取引が行われていますから、常に均衡状態ではないということになって、常に接点ポートフォリオは市場ポートフォリオと一致していないということになります。

市場では、常に新しい情報が提供されるため、常に均衡を求めて、売買が行われるというこじつけも可能のように思えますが、投資家はその情報によって、ある資産について同じ期待値と標準偏差、相関係数を想定するのならば（期待値の同質性）、売買は成立しません、売りか買いのどちらかに、全投資家がクオートするということになってしまいます。

どうも、この市場均衡を前提としたCAPMは、相当脆弱な理論としか当方には思えません。常に、売買は行われているわけですから、市場は均衡していませんし、期待の同質性は成立していません（投資家によって期待値が異なるから、ある投資家は割安と判断し、別の投資家は割高と判断して、売買が成立するのですから）

なお、CAPMも進化して、投資家の間で、期待値が異なっても平均的な確率予想を基に平均分散アプローチで投資家の投資可能領域を描くことは可能ということになっているようです。この場合は、確率予想に基づく平均値に到達するまで、売買が続くと逃げることも可能でしょうが、永久に均衡には到達しない（売買が続く）現実は同じです。

参考資料の「新・証券投資論Ⅰ 理論編」の中で、小林教授は上記をもってCAPMの頑健性を主張されておられますが、とでも頑健とは言えず、当方にはせいぜい「とんでもない脆弱性が少し弱くなった」という程度にしか感じられません（そう思えないのはお前の頭が悪いからだということなら、仕方ないですが）。

もっとも、CAPMが実態には合わないことは、大勢の意見でもあり、小林教授もその著書の中でそうおっしゃっています。

繰り返しますが、実態に合わないことの極め付けは、将来の各資産のリターンとリスクなど不明なことです（つまり既知ではなく、全くわからないのです）。

もちろん、現代ポートフォリオ理論とCAPMの意義とその価値を当方は否定するつもりは全くありません。完全に代替となる理論は現状ではなく、実態に合わないとしてもその方法論は機関投資家が実際に実行していることから、非常に有意義なのだと思われ、頭の悪い当方でも理解しています。

多くの実務家が、おっしゃるように、その限界は強く認識しつつ、現代ポートフォリオ理論に基づいて考えながらも、定性的判断を加えて市場に立ち向かうしかないのでしょうか。ただし、市場が時として、人間心理等の諸条件によってファンダメンタルズから大きく外れて不合理な価格を形成する局面があることは、過去の経験則から覚悟すべきでしょう。

なお、市場ポートフォリオをモデル化して、インデックス運用等に実際に活用されている投資技法として、ファクターモデルがあります。CAPMと違って投資家の同質性の仮定もおかず、均衡の概念も必要としません。モデルそのものが仮定から出発して、その仮定が正しいかは、理論ではなく実証分析に依存しています。理論ではなく投資技法と言えるかと思いますが、実際には市場モデルとしてETF等のインデックスファンドの応用として、盛んに実用化されています。インデックス運用の優位性の根拠となるかどうかは、現状では当方には判断が付きませんが、実用化されているということは市場参加者の支持を相当受けているということでしょう。

この件については、当方の理解が追いつきませんので、今回はこれで終わりとし、ファクターモデルについては次の課題とさせていただきます。

このぐらいで、今回は終わりにしたいと思います。「はじめに」でも、お話ししたように今回は、職場を変ったことをきっかけに原点に立ち返って、約25年ぶりに「ポートフォリオ選択理論と資産評価モデル」を再度とりあげてみました。今回はわかりやすさを優先したこともありますが、当方の理解の浅さから深い内容とはとても思えないペーパーとなってしまいましたが、マイナス金利下でご苦労なさっている金融機関ほかの、ご投資家の皆様の御参考に少しでもなれば幸いです。

また、現在、本シリーズ7として、二項モデルによるブラックショールズモデルの導出についてのペーパーを作業中です。あまりあてになりませんが遠からずお送りできればなと思っています。最後までお読み頂いてありがとうございました（以上は、当初の2016年5月のあとがきです）。

（改訂2018年11月のあとがき）

上記で触れていた「シリーズ7」は、2018年5月に完成するとともに、「シリーズ1～6」も改訂して、すでにお送りしています。

世界は「新冷戦」が始まり、日本も「財政破綻」の可能性がゆっくり高まっています。どちらも将来には、あまり明るい展望は描けません。しかし、運用の実務家にとっては当たり前ですが、未来については誰もわからないことであり、もしかしたら、思いがけない幸運な展望が開けるかもしれません。最適な政策が実行されることがベストなのですが、ここではそれに期待したいと思います。

上記については、別途「日本経済と金融危機の本質」シリーズで別にお話ししたいと思います。

相変わらず拙い今回の改訂版が、マイナス金利下でのご苦労が何年も続く金融機関他のご投資家の皆様に少しでもお役に立てば幸いです。

（寒くなり始めた、でも気持ちのいい気候の大阪で、Joan Osborneの「One of us」を聴きながら）

（注記と参考資料）

（*注1）深澤泰郎「金融危機の本質シリーズ補足 新簡単数学解説I」（改訂2018年5月）のP.4～6で対数収益率について解説している。

（*注2）（*注1）と同じくP.1～3で連続複利について解説している。

（*注3）深澤泰郎「金融商品情報（一口知識）（1）スポットレートとディスカウントファクター」でまとめて説明している。

（*注4）「分散投資」という時に使われる「分散」と、「平均・分散アプローチ」の「分散」（あるいは

同じことだが標準偏差の2乗)とは全く別の概念である。念のため。なお後者の意味では、「ボラティリティ」という用語が一般には使用されている。

- (※注5) 同じリターンならば、リスクが少ないほうを好む投資家をリスク回避的という。このペーパーでは、投資家は全てリスク回避的としている（普通の人はほとんどリスク回避的ははずだが）。
- (※注6) 空売り 証券関係者には周知の言葉だが、一般には耳慣れないので敢えて説明する。実際には保有していない証券を証券会社等から借り入れて（株式なら借株、債券なら借債）売却すること。ただし、借入した証券は一定期間内に返さなければならない。売る証券を借りるために、貸株料、貸し債料を取られる。借りた証券を売ったのちに、価格が下がると、買い戻す際に利益が発生する（逆の場合は、損が発生する）。対顧客取引を行う証券会社では、顧客の買い注文に応ずるための空売りは通常に発生する。
- (※注7) (※注1) と同じく P.20 ~ 22 に正規分布の簡単な説明とグラフがある。
- (※注8) 東証1部では、東京証券取引所株価指数（Tokyo Stock Price Index: TOPIX）が該当する。基準日1968年1月4日の時価総額を100として、それ以降の時価総額を指数化している。日経平均株価は限られた225銘柄の単純平均株価なので、リスクの市場価格を推定する場合には不適当ということになる。

(参考資料)

このシリーズ全般について、

「金融危機の本質は何か」(野口悠紀夫著、東洋経済新報社)

シリーズ8についてはほとんど依拠した

「金融工学」(野口悠紀雄、藤井真理子著、ダイヤモンド社)

「ファイナンス理論入門」(木島正明、鈴木輝好、後藤允著、朝倉書店)

「金融工学」(木島正明著、日本経済新聞出版社、日経文庫)

「資本市場とコーポレートファイナンス」(新井富雄、渡辺茂、太田智之著、中央経済社)

「伝統的投資理論におけるリスク構造の再考」(加藤康之著、証券アナリストジャーナル2011年8月号)

「政策アセットミックスの策定方法と管理方法について」(中村明弘著、証券アナリストジャーナル2012年4月号)

(改訂版での追加分)

「ファイナンスモデリング」(サイモン・ベニング著、ロギカ書房)

「新・証券投資論I理論編」(小林孝雄・芹田敏夫著、日本経済新聞社)

經濟研究所所員名簿

所 長	小 泉 正 樹
運 營 委 員	國 井 法 夫
	深 澤 泰 郎
編 集 委 員	市 原 光 匡
	田 村 英 朗
所 員	阿 部 時 男
	石 川 竹 一
	石 川 雅 敏
	大 川 裕 介
	鎌 田 幸 男
	坂 元 浩 一
	嶋 田 耕 也
	西 卷 丈 児
	野 口 秀 行
	広 瀬 大 有
	村 中 孝 司

(五十音順)

執筆者紹介

田村 英朗	ノースアジア大学経済学部准教授
大川 裕介	ノースアジア大学経済学部講師
深澤 泰郎	ノースアジア大学経済学部准教授

(掲載順)

経済論集 第20号

2022年（令和4年）3月31日発行

編集・発行 ノースアジア大学総合研究センター経済研究所
秋田市下北手桜守沢46-1
TEL 018-836-6592 FAX 018-836-6530
URL <http://www.nau-grc.jp/>

印刷 株式会社 塚田美術印刷
秋田市大町1丁目6-6
TEL 018-823-5551（代表）

KEIZAI RONSHU

THE ECONOMIC JOURNAL
OF
NORTH ASIA UNIVERSITY

No.20

March 2022

CONTENTS

Article

- Microeconomic analysis of corona infection rate control
-Focusing on the restaurant business-
..... TAMURA Hideaki
- Examination of obstacles and countermeasures for promotion of local public sector
accounting : Focusing on problems caused by differences between budget items and
accounts
..... OKAWA Yusuke

Notes

- For Portfolio Selection Theory and Asset Pricing Model
..... FUKASAWA Yasuo

Published by

The Institute of Economic Research
North Asia University General Research Center
AKITA,JAPAN